

### LIŞTIRMALAR 1.5.1 :

1.  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  olsun.  $A$  matrisine satırca denk olan bir  $E$  basamaklı matrisi bulunuz.

2.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$  matrisine satırca denk olan bir  $R$  satırca indirgenmiş basamaklı matris bulunuz.

3. Aşağıdaki elementer işlemlere karşılık gelen  $4 \times 4$  lük elementer matrisler bulunuz.

(a)  $2R_1 + R_2$

(b)  $R_1 + R_2$

(c)  $R_2 + R_1$

(d)  $-2R_3$

(e)  $R_3 \leftrightarrow R_2$

(f)  $R_2 \leftrightarrow R_3$

4. Aşağıdaki elementer işlemleri uygulayınız.

(a)  $2R_2 + R_1$  işlemine karşılık gelen  $3 \times 3$  lük elementer matrise  $-2R_2 + R_1$ .

(b)  $-2R_3$  işlemine karşılık gelen  $4 \times 4$  lük elementer matrise  $-\frac{1}{2}R_3$ .

(c)  $R_2 \leftrightarrow R_3$  işlemine karşılık gelen  $3 \times 3$  lük elementer matrise aynı işlemi.

5.  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$  olsun.  $R = E_k \dots E_1 A$  eşitliğini sağlayan

$E_1, E_2, \dots, E_k$  elementer matrisleri ve bir  $R$  satırca indirgenmiş matrisi bulunuz.

6. Aşağıdaki matrislerden hangisinin tersi vardır?

(a)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$       (b)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$       (c)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

(d)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$       (e)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7.  $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$  matrisinin tersinin olup olmadığını belirleyiniz.

Tersi var ise bulunuz.

8. 
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & k & 2 \\ 2 & -1 & 2k-1 & 5 \\ -1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & k & 4 \end{bmatrix}$$
 matrisinin tersinin olması için  $k$  ne olmalıdır?

$k = -2$  için matrisin tersini bulunuz.

9. 
$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & k+1 & -1 \\ -2 & k+7 & 2k-1 \end{bmatrix}$$
 matrisinin tersinin olması için  $k$  ne olmalıdır?

10. Her elementer matrisin  $R_i + cR_j$  ve  $cR_i$  satır işlemlerine karşılık gelen elementer matrislerin çarpımı olduğunu ispatlayınız.

11. 
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
 matrisini yazılabiliyor ise  $cR_i + R_j$  elementer satır

işlemine karşılık gelen elementer matrislerin bir çarpımı olarak yazın  $cR_i$  veya  $R_i \leftrightarrow R_j$  elementer satır işlemleri için bu çarpımı yazmak mümkün müdür?

12.  $A$  tersi olan bir matris ve

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ise aşağıdaki matris denklemlerini çözünüz.

(a)  $AXA^{-1} = B$       (b)  $A^{-1}XA = B$       (c)  $A^T X A^{-1} = B$ .

13.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  ve  $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ise  $AX = B$  matris

denklemini çözüünüz.

14.  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  matrisini  $P$  tersinir bir matris ve  $R$

satırca indirgenmiş basamaklı bir matris olmak üzere  $R = PA$  biçiminde yazınız.

15.  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  matrisini  $P$  tersinir bir matris ve  $R$  satırca

indirgenmiş basamaklı bir matris olmak üzere  $R = PA$  biçiminde yazınız.

16.  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  matrisini  $Q$  tersinir bir matris ve  $R$  satırca

indirgenmiş basamaklı bir matris olmak üzere  $A = QR$  biçiminde yazınız.