

ALİŞTIRMALAR 1.5.1 :

1. $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ olsun. A matrisine satırca denk olan bir E basamaklı matrisi bulunuz.

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ matrisine satırca denk olan bir R satırca indirgenmiş basamaklı matris bulunuz.

3. Aşağıdaki elementer işlemlere karşılık gelen 4×4 lük elementer matrisler bulunuz.

- (a) $2R_1 + R_2$ (b) $R_1 + R_2$ (c) $R_2 + R_1$
 (d) $-2R_3$ (e) $R_3 \leftrightarrow R_2$ (f) $R_2 \leftrightarrow R_3$

4. Aşağıdaki elementer işlemleri uygulayınız.

- (a) $2R_2 + R_1$ işlemine karşılık gelen 3×3 lük elementer matrise $-2R_2 + R_1$.
 (b) $-2R_3$ işlemine karşılık gelen 4×4 lük elementer matrise $-\frac{1}{2}R_3$.
 (c) $R_2 \leftrightarrow R_3$ işlemine karşılık gelen 3×3 lük elementer matrise aynı işlemi.

5. $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ olsun. $R = E_k \dots E_1 A$ eşitliğini sağlayan

E_1, E_2, \dots, E_k elementer matrisleri ve bir R satırca indirgenmiş matrisi bulunuz.

6. Aşağıdaki matrislerden hangisinin tersi vardır?

(a) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ (e) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ matrisinin tersinin olup olmadığını belirleyiniz.

Tersi var ise bulunuz.

8.
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & k & 2 \\ 2 & -1 & 2k-1 & 5 \\ -1 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & k & 4 \end{bmatrix}$$
 matrisinin tersinin olması için k ne olmalıdır?

$k = -2$ için matrisin tersini bulunuz.

9.
$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & k+1 & -1 \\ -2 & k+7 & 2k-1 \end{bmatrix}$$
 matrisinin tersinin olması için k ne olmalıdır?

10. Her elementer matrisin $R_i + cR_j$ ve cR_i satır işlemlerine karşılık gelen elementer matrislerin çarpımı olduğunu ispatlayınız.

11.
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
 matrisini yazılabiliyor ise $cR_i + R_j$ elementer satır

işlemine karşılık gelen elementer matrislerin bir çarpımı olarak yazınız. cR_i veya $R_i \leftrightarrow R_j$ elementer satır işlemleri için bu çarpımı yazmak mümkün müdür?

12. A tersi olan bir matris ve

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ise aşağıdaki matris denklemlerini çözünüz.

13. A

14. A

15. A

16. A

(a) $AXA^{-1} = B$ (b) $A^{-1}XA = B$ (c) $A^T X A^{-1} = B.$

13. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ise $AX = B$ matris denklemini çözünüz.

14. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ matrisini P tersinir bir matris ve R

satırca indirgenmiş basamaklı bir matris olmak üzere $R = PA$ biçiminde yazınız.

15. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ matrisini P tersinir bir matris ve R satırca

indirgenmiş basamaklı bir matris olmak üzere $R = PA$ biçiminde yazınız.

16. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ matrisini Q tersinir bir matris ve R satırca

indirgenmiş basamaklı bir matris olmak üzere $A = QR$ biçiminde yazınız.