

İSTATİSTİK FİZİK

Soru 1

a) Fermiyon ve Bozonlar için ortalama doluluk sayısını veren ifadeleri yazınız. Hangi şartlarda bu dağılım fonksiyonları Klasik dağılım fonksiyonu (Maxwell-Boltzman) sağlar.

b) T sıcaklığında N tane bozondan oluşan dejenere bir sistemin en düşük durum enerjisi 0 eV ise Kimyasal potansiyeli nedir.

Soru 2

İki enerji seviyesine ($\epsilon_1 = 0$ ve $\epsilon_2 = \epsilon$) sahip, etkileşmeyen ve ayırtedilemez N parçacıklı bir sistem T sıcaklığındaki ısı banyosu ile termal dengededir. Aşağıdaki küme yaklaşımlarını kullanarak N, ϵ ve T cinsinden sistemin öz ısısını bulunuz.

- a) Mikrokanonik küme,
- b) Kanonik küme,
- c) Grand kanonik küme.

$$1) a) \langle n_r \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_r - \mu)} \pm 1} \quad (+) \text{ Fermi-Dirac (fermiyon)} \quad (-) \text{ Bose-Einstein (Boson)}$$

Alçak sıcaklık yoğunluk limiti ve yüksek sıcaklık limitinde

$$n_r \ll 1, \quad e^{\beta(\epsilon_r - \mu)} \gg 1 \quad \text{olmalı}$$

$$\langle n_r \rangle = e^{-\beta(\epsilon_r - \mu)} \quad (\text{Maxwell-Boltzmann})$$

aynı limite varmaktadır.

$$b) N = \sum_r \langle n_r \rangle = \frac{1}{e^{\beta(0 - \mu)} - 1}$$

$$\mu = -kT \ln \left(1 + \frac{1}{N} \right) \approx -\frac{kT}{N} \quad N \gg 1$$

$$2 - a) (\text{Mikro Kanonik}) \quad N = N_1 + N_2, \quad E = N_2 \varepsilon$$

$$\Omega = \frac{N!}{N_2! (N - N_2)!} \Rightarrow S = k \ln \Omega(E)$$

$$S = k [N \ln N - N_2 \ln N_2 - (N - N_2) \ln (N - N_2)]$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{k}{\varepsilon} \ln \frac{N - N_2}{N_2} \Rightarrow \frac{N}{N_2} = e^{\varepsilon/kT} + 1$$

$$E = \varepsilon N_2 = \frac{N \varepsilon}{1 + e^{\varepsilon/kT}} \Rightarrow C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \frac{N \varepsilon^2 e^{\varepsilon/kT}}{kT^2 (1 + e^{\varepsilon/kT})^2}$$

b) Kanonik Kette

$$Z = \frac{(1 + e^{-\beta \varepsilon})^N}{N!} \Rightarrow E = - \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} = \frac{N \varepsilon}{e^{\varepsilon/kT} + 1}$$

$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \frac{N \varepsilon^2 e^{\varepsilon/kT}}{kT^2 (1 + e^{\varepsilon/kT})^2}$$

c) Bose-Einstein Kanonik Kette

$$\Xi = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{z^N (1 + e^{-\beta \varepsilon})^N}{N!} = e^{z(1 + e^{-\beta \varepsilon})}$$

$$E = - \frac{\partial}{\partial \beta} \ln \Xi = z \varepsilon e^{-\beta \varepsilon}$$

$$N = - \frac{\partial}{\partial z} \ln \Xi = z \frac{\partial}{\partial z} \ln \Xi$$

$$e^{-\alpha} = z$$

$$\alpha = -\ln z$$

$$d\alpha = -\frac{1}{z} dz$$

$$N = z(1 + e^{-\beta \varepsilon})$$

$$E = \frac{N \varepsilon}{1 + e^{\beta \varepsilon}} \Rightarrow C_V = \frac{N \varepsilon^2 e^{\varepsilon/kT}}{kT^2 (1 + e^{\varepsilon/kT})^2}$$

ELEKTROMANYETİK TEORİ:

S1	S2	T

S1: R yarıçaplı iletken bir küresel kabuğun üzerindeki elektrik potansiyel $V(\theta) = \cos \theta$ ile ifade edilmiştir. Laplace denkleminin küresel koordinatlardaki genel çözümünü kullanarak (kutupsal simetri olduğuna dikkat ediniz) küre içindeki ve dışındaki noktalar için potansiyeli bulunuz.

S2: Şekilde gösterildiği gibi, sonlu bir L uzunluğuna sahip, a yarıçaplı silindirik bir solenoidin birim uzunluğunda N adet sarım bulunmaktadır ve içinden I akımı geçmektedir. Silindir ekseninde herhangi bir noktada manyetik alanın $NL \rightarrow \infty$ limit durumu için aşağıdaki ifade ile verileceğini gösteriniz. (İpucu: Biot-Savart yasasını uygulayarak, önce tek bir akım halkası için manyetik alanı bulunuz ve sonra yeni halkalar ekleyiniz.)

$$B_z = \frac{\mu_0 N I}{2} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$$



Gerek duyabileceğiniz bazı bağıntılar:

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}] P_l(\cos \theta) \quad (3.33)$$

$$\int_{-1}^1 P_l(x) P_l(x) dx = \frac{2}{2l+1} \delta_{l,l'} \quad (3.21)$$

$$\left. \begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_1(x) &= x \\ P_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \\ P_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x) \\ P_4(x) &= \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3) \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

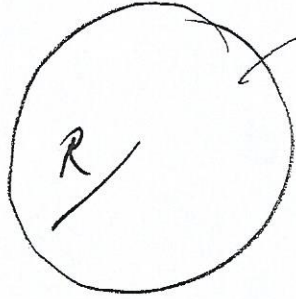
$$d\mathbf{B} = kI \frac{(d\mathbf{l} \times \mathbf{x})}{|\mathbf{x}|^3} \quad (5.4)$$

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ

FİZİK A.B.D. DOKTORA YETERLİLİK

SINAVI (12.05.2017) ÇÖZÜMLERİ

1-



$$\rightarrow V(r=R, \theta, \varphi) = \cos \theta$$

Küre içinde ve dışında
hiç bir yerde yük yok.

Sadece küre yüzeyindeki potansiyel tanınır.
Bu potansiyel azimut açısına, φ , bağlı
değil. Bu yüzden, potansiyel için Laplace
denkleminin genel çözümünü;

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}) P_l(\cos \theta)$$

şeklinde dir. Küre içindeki potansiyel
için ($r \leq R$)

$$\Phi_{iç.}(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l r^l P_l(\cos \theta)$$

alınmalıdır, aksi halde küre merkezinde
potansiyel sonlu kalmaz!

Küre dışında ise : ($r \geq R$)

$$\Phi_{\text{dış}}(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} B_l r^{-(l+1)} P_l(\cos \theta)$$

alınmalıdır. Yoksa, beklenenin aksine

$$\Phi(r \rightarrow \infty, \theta) \rightarrow \infty.$$

Küre yüzeyinde ;

$$\Phi_{\text{iç}}(r=R, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l R^l P_l(\cos \theta) = \cos \theta.$$

$$\Phi_{\text{dış}}(r=R, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} B_l R^{-(l+1)} P_l(\cos \theta) = \cos \theta$$

olur lar.

$$\cos \theta = P_1(\cos \theta) \text{ olduğu için ;}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} A_l R^l P_l(\cos \theta) = P_1(\cos \theta) \text{ ve}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} B_l R^{-(l+1)} P_l(\cos \theta) = P_1(\cos \theta).$$

$$\int_0^{\pi} P_{l'}(\cos \theta) P_l(\cos \theta) d(\cos \theta) = \frac{2}{2l+1} \delta_{l'l}$$

olduğundan, eşitliklerin her iki tarafı

EMT

$P_{l'}(\cos\theta) d(\cos\theta)$ ile çarpılıp $0-\pi$ aralığında integral alınarak

$$\sum_{l=0}^{\infty} A_l R^l \int_0^{\pi} P_l(\cos\theta) P_{l'}(\cos\theta) d(\cos\theta) = \frac{2}{2l+1} \delta_{l'1}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} B_l R^{-(l+1)} \int_0^{\pi} P_l(\cos\theta) P_{l'}(\cos\theta) d(\cos\theta) = \frac{2}{2l+1} \delta_{l'1}$$

elde edilir.

$$\sum_{l=0}^{\infty} A_l R^l \frac{2}{2l+1} \delta_{l'1} = \frac{2}{2l+1} \delta_{l'1}$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} B_l R^{-(l+1)} \frac{2}{2l+1} \delta_{l'1} = \frac{2}{2l+1} \delta_{l'1}$$

$$\delta_{l'1} = \begin{cases} l'=1 & 1 \\ l' \neq 1 & 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$A_l R^l = \delta_{l1} \Rightarrow$$

$$B_l R^{-(l+1)} = \delta_{l1}$$

$$A_l = \begin{cases} l=1 & \frac{1}{R} \\ l \neq 1 & 0 \end{cases}$$

$$B_l = \begin{cases} l=1 & R^2 \\ l \neq 1 & 0 \end{cases}$$

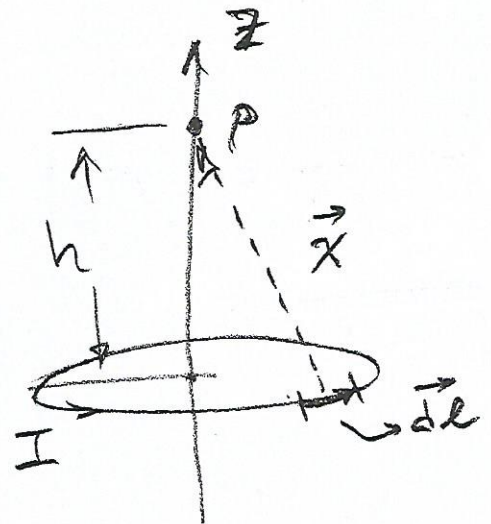
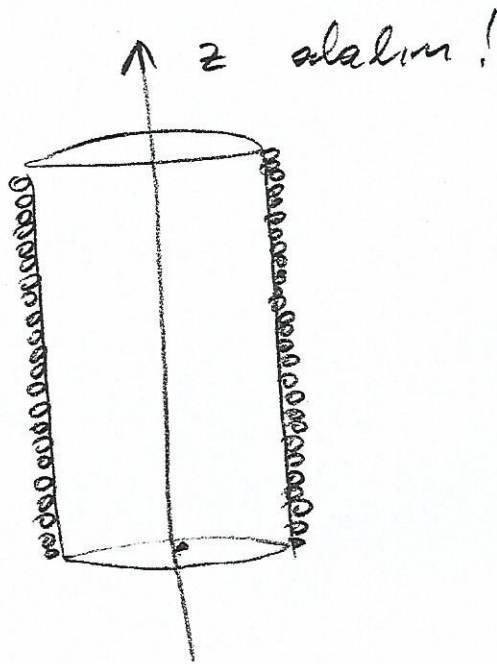
Burada n ;

$$\Phi_{i\eta} (r \leq R, \theta) = \frac{r}{R} P_1(\cos \theta) = \frac{r}{R} \cos \theta.$$

$$\Phi_{d\eta} (r \geq R, \theta) = \frac{R^2}{r^2} P_1(\cos \theta) = \frac{R^2}{r^2} \cos \theta.$$

bulunur.

2 -



Teke bir akım halkası.

$$\vec{dB} = k I \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi} \quad (\text{SI})$$

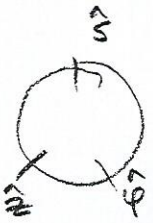
Silindirik koordinatlar da

$$d\vec{l} = a d\varphi \hat{\varphi}$$

$$\vec{r} = h\hat{z} - a\hat{s} \rightarrow |\vec{r}|^3 = (a^2 + z^2)^{3/2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{(a d\varphi \hat{\varphi}) \times (h\hat{z} - a\hat{s})}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$$

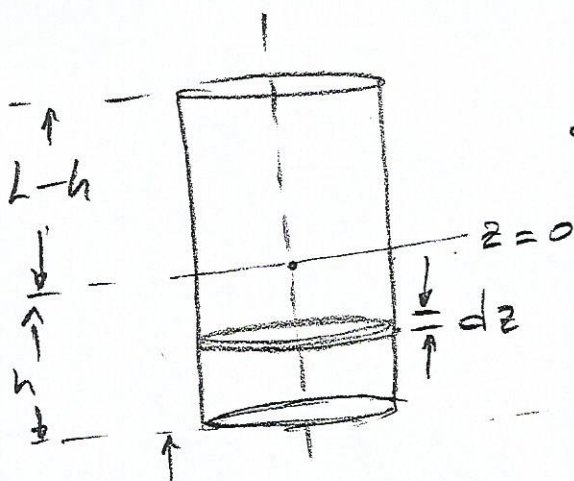
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a^2 d\varphi (+\hat{z}) + a d\varphi \hat{s}}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\frac{2\pi a^2 \hat{z}}{(a^2 + h^2)^{3/2}} + a z \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi \hat{x} + \sin\varphi \hat{y}}{(a^2 +)^{3/2}} d\varphi \right]$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2 \hat{z}}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$$

tek bir akım
halinde işin.



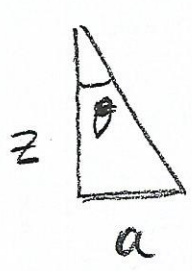
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 (N I dz) a^2 \hat{z}}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

EMT

(6)

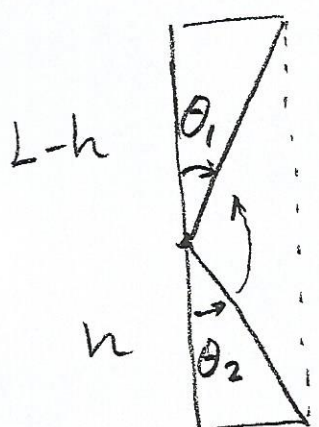
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I a^2 \hat{z}}{2} \int_{-h}^{L-h} \frac{dz}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$Q = \int_{-h}^{L-h} \frac{dz}{a^3 \left(1 + \frac{z^2}{a^2}\right)^{3/2}} = \frac{1}{a^2} \int_{\theta_2}^{\theta_2 + 180 - \theta_1} \sin \theta d\theta$$



$$\frac{z}{a} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$$

$$dz = \frac{a}{\sin^2 \theta} d\theta$$



$$Q = \frac{1}{a^2} \cos \theta \Big|_{\theta_2}^{\theta_2 + 180 - \theta_1}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2} \left\{ \cos(\theta_2 - \theta_1 + 180) - \cos \theta_2 \right\}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2} \left\{ \cos \theta_1 + \cos \theta_2 \right\}$$

KUANTUM MEKANİĞİ:

S1	S2	T
	$\propto$	

S1: Açısal momentum bileşenlerine karşılık gelen $V^3(C)$ üç boyutlu karmaşık “Hilbert” uzayı üzerine etki eden

$$L_x = \frac{\hbar}{2^{1/2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad L_y = \frac{\hbar}{2^{1/2}} \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix}, \quad L_z = \hbar \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

işlemcilerini ele alınız.

- L_z ölçülürse bulunabilecek olası değerler nelerdir?
- $L_z = \hbar$ olan kuantum durumunu alalım. Bu kuantum durumunda $\langle L_x \rangle$, $\langle L_x^2 \rangle$ ve ΔL_x kaçtır?
- $\hat{L}_x$ in özdeğerlerini ve özvektörlerini bulunuz. $\hat{L}_x$ in özvektörlerini $\hat{L}_z$ nin özvektörlerinin oluşturduğu bazda yazınız.
- Bir parçacık $L_z = -\hbar$ özdeğerine karşılık gelen kuantum durumundaysa ve L_x ölçülürse, ölçüm sonucunun olası sonuçları ve bunların olasılıkları ne olur?
- $\hat{L}_z$ nin özvektörlerinin oluşturduğu bazda $|\psi\rangle = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2^{1/2} \end{bmatrix}$ durumunu ele alalım. Sistem $|\psi\rangle$

durumunda iken L_z ölçülmüş ve $+\hbar$ elde edilmiş ise, ölçümden sonraki kuantum durumu nedir? (İpucu: Ölçümden sonraki kuantum durumu iki özvektörün bir lineer bileşimi olabilir.) Bu sonuç ne kadar olasıdır? Bu ölçümün ardından L_z ölçülürse olası sonuçlar ve bu sonuçlara karşılık gelen olasılıklar nelerdir?

S2: $|n\rangle$ keti basit harmonik salıncı Hamiltoniyeni $\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \hat{x}^2$ nin boylanmış öz durumlarını göstermektedir. Bu öz durumları kullanarak, z bir karmaşık sayı olmak üzere,

$$|z\rangle = e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

biçiminde tanımlanan durumları ele alınız. (Bilgi: Bu durumlar eş-evreli (coherent) durumlar olarak adlandırılmaktadır.)

- Bu durumların boylanmış olduğunu gösteriniz.
- Bu durumların yok etme işlemcisi $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \hat{x} + \frac{i}{\sqrt{m\omega\hbar}} \hat{p}_x \right)$ nin öz durumu olduğunu gösteriniz.
- Bu durumlarda sayı işlemcisi $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ nin beklenen değerini $\langle N \rangle$ ve belirsizliğini $\Delta(N)$ hesaplayınız. Yüksek doluluk limitinde ($\langle N \rangle \rightarrow \infty$), $\frac{\Delta(N)}{\langle N \rangle}$ göreceli belirsizliğinin sıfıra gittiğini gösteriniz.

Hatırlatma: $\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$, $\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle$, $\langle n|m\rangle = \delta_{nm}$

Pamukkale Üniversitesi Doktora Yeterlilik
Sınavı Kuantum Mekanikası Sorularının
Yanıtları

- 1) a) Kuantum mekaniğinin temel kabülllerinden biri bir gözlenebilirin olası ölçüm sonuçlarının kendisine karşılık gelen işlemcinin özdeğerlerinden biri olduğudur. O hâlde L_z ölçümü yapılırsa olası ölçüm sonuçları $\hat{L}_z$ işlemcisinin özdeğerlerinden biri olur. $\hat{L}_z$ işlemcisi köşegen bir matris olduğundan özdeğerleri köşegenlerinde yer alan değerlerdir. O hâlde L_z nin olası ölçüm sonuçları 1, 0 ve -1 dir.
- b). Sorulan değerleri belirlemek için önce $\hat{L}_z$ işlemcisinin $L_z = 1$ değerine karşılık gelen özvektörünü bulalım

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= x_1 \\ x_2 &= 0 \\ -x_3 &= x_3 \Rightarrow 0 \end{aligned}$$

elde edilir. Bu durumda $L_z = 1$ özdeğerine karşılık gelen durum $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ şeklindedir. Bire boylanmış çözümleri incelediğimizden Dirac notasyonu ile $|L_z = 1\rangle$ şeklinde gösterebileceğimiz bu özvektör

$$|L_z = 1\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Şimdi istenilen değerleri hesaplayalım.

Bu durumda $\langle L_x \rangle$

$$\begin{aligned} \langle L_x \rangle &= \langle L_z | \hat{L}_x | L_z \rangle = [1 \ 0 \ 0] \frac{1}{2^{1/2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \end{aligned}$$

bulunur. $\langle L_x^2 \rangle$ -yi bulmak için $\hat{L}_x^2$ işlemcisini (matrisini) bulalım:

$$\hat{L}_x^2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

şeklindedir. 0 hâlde ($L_z=1$) durumunda

$$\langle \hat{L}_x^2 \rangle = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}$$

elde edilir.

$$\Delta L_x = \sqrt{\langle L_x^2 \rangle - \langle L_x \rangle^2} = \sqrt{\frac{1}{4} - 0} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

bulunur.

c). Örnekle $\hat{L}_x$ in öz değerlerini bulalım

$$\begin{aligned} |\hat{L}_x - \lambda I| &= \begin{vmatrix} -\lambda & 1/2 & 0 \\ 1/2 & -\lambda & 1/2 \\ 0 & 1/2 & -\lambda \end{vmatrix} = -\lambda(\lambda^2 - 1/2) - \frac{1}{2}(-\frac{1}{2}) \\ &= -\lambda^3 + \frac{\lambda}{2} + \frac{1}{2} = -\lambda^3 + \lambda = 0 \\ &\Rightarrow -\lambda(\lambda^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{aligned} \lambda_1 &= 0 \\ \lambda_2 &= 1 \\ \lambda_3 &= -1 \end{aligned} \end{aligned}$$

Şimdi bu öz değerlere karşılık gelen öz vektörleri bulalım.

$$\lambda_1 = 0 \Rightarrow L_x \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x_2 &= 0 \\ x_1 + x_3 &= 0 \Rightarrow x_1 = -x_3 \\ x_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Buradan } |L_x=0\rangle = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ -x_1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{1 boylanmış vektör}} |L_x=0\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\lambda_2 = 1.$$

Kuantum mekanik

(3)

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} x_2 = x_3 \quad x_1 = x_3$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} x_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} x_3 = x_2 \Rightarrow \sqrt{2} x_1 = x_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} x_3 = x_1$$

elde edilir. 0 hâlide

$$|\lambda_2 = 1\rangle_x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \sqrt{2} x_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{1e bağlanmış vektör}$$

$$|L_x = 1\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/\sqrt{2} \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_3 = -1.$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 \\ -x_2 \\ -x_3 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} x_2 = -x_1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} x_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} x_3 = -x_2$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} x_2 = -x_3$$

$$\Rightarrow x_1 = x_3 \quad \sqrt{2} x_1 = -x_2 \Rightarrow$$

$$|L_x = -1\rangle = \begin{pmatrix} x_1 \\ -\sqrt{2} x_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{1e bağlanmış öz vektör.}$$

$$|L_x = -1\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/\sqrt{2} \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

Bu vektörlerin $\hat{L}_z$ nin özvektörlerinin oluşturduğu bazdaki ağırlımını bulmak için, $\hat{L}_z$ nin özvektörlerini bulalım $\hat{L}_z$ nin $L_z = 1$ özdeğerine karşılık gelen özvektörünü b şıkta da bulmuştuk

$$|L_z = 1\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$L_z = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x_1 = 0 \quad x_3 = 0 \Rightarrow$$

$$|L_z = 0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{1e bağlanmış özvektör} \quad |L_z = 0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$L_z = -1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 \\ -x_2 \\ -x_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= -x_1 \Rightarrow x_1 = 0 \\ x_2 &= 0 \\ x_3 &= x_3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |L_z = -1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_3 \end{pmatrix} \xRightarrow{1 \text{ e boylanmış \text{özvektör}}} |L_z = 1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Şimdi $\hat{L}_x$ in özvektörlerinin bu bazdaki dağılımını bulalım.

$$|L_x = 0\rangle = (\langle L_z = 1 | L_x = 0 \rangle) |L_z = 1\rangle + (\langle L_z = 0 | L_x = 0 \rangle) |L_z = 0\rangle + (\langle L_z = -1 | L_x = 0 \rangle) |L_z = -1\rangle$$

$$\langle L_z = 1 | L_x = 0 \rangle = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = 1/\sqrt{2}$$

$$\langle L_z = 0 | L_x = 0 \rangle = (0 \ 1 \ 0) \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = 0$$

$$\langle L_z = -1 | L_x = 0 \rangle = (0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = -1/\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |L_x = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |L_z = 1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |L_z = -1\rangle$$

$$|L_x = 1\rangle = (\langle L_z = 1 | L_x = 1 \rangle) |L_z = 1\rangle + (\langle L_z = 0 | L_x = 1 \rangle) |L_z = 0\rangle + (\langle L_z = -1 | L_x = 1 \rangle) |L_z = -1\rangle$$

$$\langle L_z = 1 | L_x = 1 \rangle = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 1/2 \\ +1/\sqrt{2} \\ 1/2 \end{pmatrix} = 1/2$$

$$\langle L_z = 0 | L_x = 1 \rangle = (0 \ 1 \ 0) \begin{pmatrix} 1/2 \\ +1/\sqrt{2} \\ 1/2 \end{pmatrix} = +1/\sqrt{2}$$

$$\langle L_z = -1 | L_x = 1 \rangle = (0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} 1/2 \\ +1/\sqrt{2} \\ 1/2 \end{pmatrix} = 1/2$$

her bir vektör

$$|L_x=0\rangle = \frac{1}{2} |L_z=1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |L_z=0\rangle + \frac{1}{2} |L_z=-1\rangle \quad (5)$$

$$|L_x=-1\rangle = (\langle L_z=1|L_x=-1\rangle) |L_z=1\rangle + (\langle L_z=0|L_x=-1\rangle) |L_z=0\rangle + (\langle L_z=-1|L_x=-1\rangle) |L_z=-1\rangle$$

$$\langle L_z=1|L_x=-1\rangle = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/\sqrt{2} \\ 1/2 \end{pmatrix} = 1/2$$

$$\langle L_z=0|L_x=-1\rangle = (0 \ 1 \ 0) \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/\sqrt{2} \\ 1/2 \end{pmatrix} = -1/\sqrt{2}$$

$$\langle L_z=-1|L_x=-1\rangle = (0 \ 0 \ 1) \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/\sqrt{2} \\ 1/2 \end{pmatrix} = 1/2$$

$$\Rightarrow |L_x=-1\rangle = \frac{1}{2} |L_z=1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |L_z=0\rangle + \frac{1}{2} |L_z=-1\rangle$$

d). Bu olasılığı bulmak için de $L_z = -1$ öz değerine karşılık gelen özvektörü $\hat{L}_x$ işlemcisinin özvektörlerinin oluşturduğu bazda açmalıyız

$$|L_z=-1\rangle = (\langle L_x=0|L_z=-1\rangle) |L_x=0\rangle + (\langle L_x=1|L_z=-1\rangle) |L_x=1\rangle + (\langle L_x=-1|L_z=-1\rangle) |L_x=-1\rangle$$

İşleme giren özvektörlerin tümünün katsayıları gerçel sayılar olduğundan vektörlerin yer değiştirmesi işi karşılıklı değiştirmez. Böylece (c) şıkkındaki sonuçlardan

$$\langle L_x=0|L_z=-1\rangle = -1/\sqrt{2} \quad \langle L_x=1|L_z=-1\rangle = 1/2$$

$$\langle L_x=-1|L_z=-1\rangle = 1/2 \text{ bulunur.}$$

0 hâlde

$$|L_z=-1\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} |L_x=0\rangle + \frac{1}{2} |L_x=1\rangle + \frac{1}{2} |L_x=-1\rangle$$

elde edilir. Buradan. $|L_z = -1\rangle$ durumunda L_x ölçülürse ⁶
sonuçları

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ olasılıkla } 0$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ olasılıkla } 1$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ olasılıkla } -1$$

Çıkacağı sonucuna ulaşılır.

(e).

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} |L_z = 1\rangle + \frac{1}{2} |L_z = 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |L_z = -1\rangle$$

$L_z^2 = 1$ çıkması için sistem ölçömden sonra $|L_z = 1\rangle$ ya da $|L_z = -1\rangle$ durumuna girmiş olmalıdır. Bu ölçömden olasılığı

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

olar. Sistemin ölçömden sonraki durum

$$|\psi_s\rangle = \frac{\frac{1}{2} |L_z = 1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |L_z = -1\rangle}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2} |L_z = 1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |L_z = -1\rangle}{\sqrt{\frac{3}{4}}}$$

$$|\psi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |L_z = 1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |L_z = -1\rangle$$

şeklinde dir. 0 hâlde bu ölçömden sonra L_z ölçülürse.

$$\frac{1}{3} \text{ olasılıkla } 1$$

$$\frac{2}{3} \text{ olasılıkla } -1$$

bulunur.

Kurtin Melberg

2).

$$|z\rangle = e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

$$(a) \langle z|z\rangle = e^{-|z|^2} \left\langle \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^* m}{\sqrt{m!}} \middle| \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \right\rangle$$

$$= e^{-|z|^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^* m z^n}{\sqrt{m!} \sqrt{n!}} \langle m|n\rangle$$

$$= e^{-|z|^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^* m z^n}{\sqrt{m!} \sqrt{n!}} \delta_{mn}$$

$$= e^{-|z|^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^* m z^m}{m!}$$

$$= e^{-|z|^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{|z|^{2m}}{m!} = e^{-|z|^2} e^{|z|^2} = 1$$

(b)

$$\hat{a} |z\rangle = e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} \hat{a} |n\rangle$$

$$= e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n \sqrt{n}}{\sqrt{n!}} |n-1\rangle$$

$$= e^{-|z|^2/2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{(n-1)!}} |n-1\rangle \underset{n \rightarrow n-1}{=} e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{n+1}}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

$$= z e^{-|z|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle = z |z\rangle$$

(c)

$$\langle N \rangle = \langle z | \hat{N} | z \rangle = e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^{*n}}{\sqrt{n!}} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} \langle n | \hat{a}^\dagger \hat{a} | m \rangle$$

$$= e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^{*n}}{\sqrt{n!}} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} \sqrt{m!} \langle n | \hat{a}^\dagger | m-1 \rangle$$

$$= e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^{*n}}{\sqrt{n!}} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} \sqrt{m!} \sqrt{m!} \langle n | m \rangle \quad \left(\hat{N} | m \rangle = m | m \rangle \right)$$

elde ediliyor

$$= e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^{*n}}{\sqrt{n!}} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} m \delta_{nm}$$

$$= e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} m \frac{z^{*n}}{\sqrt{n!}} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} \delta_{nm}$$

$$= e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n!} (|z|^2)^n = e^{-|z|^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} (|z|^2)^n$$

$$= |z|^2 e^{-|z|^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)!} (|z|^2)^{n-1} \xrightarrow{n-1 \rightarrow n} = |z|^2 e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (|z|^2)^n$$

$$= |z|^2 e^{-|z|^2} e^{|z|^2} = |z|^2$$

$$\langle N^2 \rangle = \langle z | \hat{N}^2 | z \rangle = e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^{*n}}{\sqrt{n!}} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} \langle n | \hat{N}^2 | m \rangle$$

Bir önceki soruda $\hat{N} | m \rangle = m | m \rangle$ bulunduğundan

$$\langle N^2 \rangle = e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^{*n}}{\sqrt{n!}} \frac{z^m}{\sqrt{m!}} m^2 \underbrace{\langle n | m \rangle}_{\delta_{nm}}$$

Kuantum Mekaniği

$$= e^{-|z|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|z|^2}{n!} n^2 = e^{-|z|^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n-1)!} (|z|^2)^n \quad (8)$$

Bu ifadeyi hesaplamak için e^x in Taylor açılımı kullanılabilir

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n-1)!} x^n = \left(x \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(x \frac{\partial}{\partial x}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$$

$$= \left(x \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(x \frac{\partial}{\partial x}\right) e^x = x \frac{\partial}{\partial x} (x e^x) = x e^x + x^2 e^x$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n-1)!} x^n = (x + x^2) e^x$$

Bu sonuç kullanılarak

$$\langle N^2 \rangle = e^{-|z|^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n-1)!} (|z|^2)^n = e^{-|z|^2} e^{|z|^2} (|z|^2 + |z|^4)$$

elde edilir. Buradan

$$\Delta N = \left(\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2 \right)^{1/2} = \left(|z|^4 + |z|^2 - |z|^4 \right)^{1/2} = |z|$$

bulunur. $\langle N \rangle = |z|^2$ olduğundan $\langle N \rangle \rightarrow \infty$ limiti

$|z|^2 \rightarrow \infty$, $|z| \rightarrow \infty$ limitidir. Bu limitte göreceli belirsizlik

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \frac{\Delta N}{\langle N \rangle} = \lim_{|z| \rightarrow \infty} \frac{|z|}{|z|^2} = \lim_{|z| \rightarrow \infty} \frac{1}{|z|} = 0$$

olarak elde edilir.

KLASİK MEKANİK:

S1	S2	T
	✓	

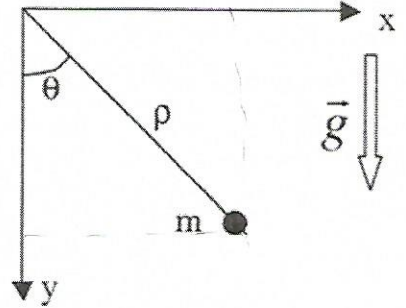
S1: m kütleli bir parçacık

$$\vec{F} = -\frac{k}{r^2} \hat{r}$$

kuvvet etkisi altında hareket etmektedir. Burada $k > 0$ olan bir sabittir.

- Mekanik enerjinin korunduğunu, yani $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ olduğunu, gösteriniz.
- Açısal momentumun korunduğunu gösteriniz.
- Yörünge denklemini hesap ediniz ve olası yörüngeleri tartışınız.

S2: Yandaki şekilde Hook sabiti k olan esnek bir lastiğin ucuna m kütlesi bağlandığında hareketsiz denge boyu ρ_0 oluyor. Hareketin herhangi bir anında lastik sarkacın düşeyle yaptığı açı θ ve lastiğin boyu ρ dur. Sistem düşey düzlemdedir ve $\vec{g}$ yer çekimi ivmesidir. Yandaki şekle bakınız.



- Bu sarkacın hareket denklemlerini Lagrange yöntemiyle bulunuz.
- Bu sarkacın Hamilton hareket denklemlerini yazınız ve korunan nicelikleri tartışınız.

Bazı faydalı olabilecek bilgiler:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}, \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad \ell = \frac{L^2}{mk}, \quad u = \frac{1}{r},$$
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial q_i}, \quad H = \sum_j p_j \dot{q}_j - L, \quad \dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, \quad -\dot{p}_k = \frac{\partial H}{\partial q_k}$$

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\theta}^2) + mg\rho \cos \theta - \frac{1}{2} k \rho^2$$

KLASIK MEKANIKA

c1) a) $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi} \right) \times \left(-\frac{k}{r^2} \hat{r} + 0 \hat{\theta} + 0 \hat{\phi} \right) = 0.$
 $\Rightarrow E = \text{stt.}$

b) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = r \hat{r} \times \left(-\frac{k}{r} \hat{r} \right) = 0$

$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{stt} \Rightarrow \vec{L} \text{ konstan.}$

c) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow L = m r^2 \dot{\theta} = \text{stt} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{L}{m r^2}$

$E = T + V = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + V(r) = \text{stt.}$

$V = - \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\frac{k}{r}$

$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{L^2}{2 m r^2} - \frac{k}{r} = \text{stt.}$

$u = \frac{1}{r}, \quad \frac{du}{d\theta} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{d\theta} \dot{\theta} = -\frac{1}{u} \frac{du}{d\theta}$

$\theta^2 \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 + (lu - 1)^2 = \frac{2El}{k} + 1 \quad \text{made } l = \frac{L^2}{mk}$

$z = lu - 1 \quad \text{se } e^2 = \frac{2El}{k} + 1$

$\left(\frac{dz}{d\theta} \right)^2 + z^2 = e^2 \Rightarrow z = e \cos(\theta - \theta_0) \Rightarrow \frac{l}{r} - 1 = e \cos(\theta - \theta_0)$

$l = r [e \cos \theta + 1]$

i) $e = 0$ ise circle

ii) $e < 1$ ise elips

iii) $e = 1$ ise parabol

iv) $e > 1$ ise hiperbol

KLASIK MEKANİK

C2)
a) $T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = \frac{m}{2} (\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\theta}^2)$

$$V = \frac{1}{2} k (\rho - \rho_0)^2 - m g \rho \cos \theta$$

$$L = T - V = \frac{1}{2} m (\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\theta}^2) - \frac{k}{2} (\rho - \rho_0)^2 + m g \rho \cos \theta$$

$$\rho: \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\rho}} \right) = \frac{\partial L}{\partial \rho} \Rightarrow (m \dot{\rho})' = m \rho \dot{\theta}^2 - k(\rho - \rho_0) + m g \cos \theta$$

$$\theta: \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = \frac{\partial L}{\partial \theta} \Rightarrow (m \rho^2 \dot{\theta})' = -m g \rho \sin \theta$$

$$\Rightarrow \rho \ddot{\theta} = -2 \dot{\rho} \dot{\theta} - g \sin \theta$$

b) $p_\rho = \frac{\partial L}{\partial \dot{\rho}} = m \dot{\rho} \Rightarrow \dot{\rho} = \frac{p_\rho}{m}$

$$p_\theta = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = m \rho^2 \dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{p_\theta}{m \rho^2}$$

$$H = p_\rho \dot{\rho} + p_\theta \dot{\theta} - L$$

$$H = \frac{p_\rho^2}{2m} + \frac{p_\theta^2}{2m \rho^2} + \frac{k}{2} (\rho - \rho_0)^2 - m g \rho \cos \theta$$

$$\dot{\rho} = \frac{\partial H}{\partial p_\rho} \Rightarrow \dot{\rho} = \frac{p_\rho}{m}$$

$$\dot{\theta} = \frac{\partial H}{\partial p_\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{p_\theta}{m \rho^2}$$

$$\dot{p}_\rho = -\frac{\partial H}{\partial \rho} \Rightarrow \dot{p}_\rho = \frac{p_\theta^2}{m \rho^3} - k(\rho - \rho_0) + m g \cos \theta$$

$$\dot{p}_\theta = -\frac{\partial H}{\partial \theta} \Rightarrow \dot{p}_\theta = -m g \rho \sin \theta$$

Gevinsel (cyclic) koordinat yok. Momentum korunmuyor.
Sadece $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$ olduğun için mekanik enerji ($E + V$) korunmuyor.

SEÇMELİ DERS (Radyasyon Fiziği):

S1	S2	T
	X	

S1:

- a) ^{65}Zn 'den yayınlanan 1,14 MeV enerjili gama radyasyonu ile soğurma deneyinde 25 cm kalınlığındaki alüminyum (Al)'un demet şiddetini 0,02'ye düşürdüğü bulunmuştur. Bu radyasyon için alüminyumun yarı değer kalınlığını ve kütle soğurma katsayısını bulunuz (Alüminyumun yoğunluğu $2,7 \text{ g/cm}^3$).
- b) Alfa parçacığının kinetik enerjisini(K_a), parçalanma enerjisi, alfa parçacığının kütlesi ve ürün çekirdeğin kütlesi cinsinden veren denklemin çıkartılışını gösteriniz.

S2: Lüminesans oluşum mekanizmasını açıklayınız. Medikal çalışmalarda en yaygın olarak kullanılan termolüminesans dozimetre hakkında bilgi veriniz.

C E V A P

Kedudukan titik

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$0,02 I_0 = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot 0,25}$$

$$\ln 0,02 = -\mu \cdot 0,25 \cdot \ln e$$

$$-3,91202 = -\mu \cdot 0,25$$

$$\mu = 15,64808 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{I_0}{2} = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x_{1/2}} \rightarrow \ln 0,5 = -15,64808 \cdot x_{1/2} \cdot \overset{1}{\uparrow} \ln e$$

$$\rightarrow -0,69315 = -15,64808 \cdot x_{1/2}$$

$$x_{1/2} = 0,04430 \text{ m}$$

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,1564808}{2,7} = 0,058 \text{ cm}^2/\text{g}$$

Katıların oluşumu sırasında kristal kusurları oluşması ile bu yasak bölge içinde elektron tutabilen tuzaklar meydana gelir. Lüminesans mekanizması için katılarda band modeli kullanılır. Dozimetre radyasyona maruz kalırsa valans bandtan iletkenlik bandına elektron geçiş olur. Burada elektronun ömrü kısadır. Elektron valans banda tekrar düşerken tuzaklarda yakalanır. Tuzaklar da bu şekilde elektron birikir. Dozimetre ışık ve ısı gibi bir etkene maruz kalırsa elektron tuzaktan tekrar iletkenlik bandına çıkar. Elektron buradan valans banda doğru giderken Lüminesans Merkezlerde yakalanabilir. Bu sırada yayımlanan ışık, lüminesans olarak adlandırılır.

Medikal çalışmalarda kullanılan dozimetreler içerisinde en yaygın olanı LiF (TLD 100) 'dir. Etkin atom numarası 8,14'tür. Kullanıldığı doz aralığı $10^{-4} \text{ Gy} - 10^6 \text{ Gy}$ en ısıtma sıcaklığı 100°C ve tavlama sıcaklığı 400°C 'dir.