

Soru 1: $\vec{A} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}$, $\vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ ve $\vec{C} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ vektörleri verildiğine göre;

a) $\vec{R}_1 = \vec{A} + 2\vec{B} - \vec{C}$ vektörünü bulunuz? (5p)

$$\vec{R}_1 = (-2\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}) + 2(3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) - (2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}) \quad (3)$$

$$\vec{R}_1 = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + 6\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k} - 2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$$

$$\vec{R}_1 = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 11\hat{k} \quad (2)$$

b) A, B ve C vektörlerinin büyüklüklerini bulunuz (5p)

$$|\vec{A}| = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{4 + 9 + 9} = \sqrt{22} = 4,69 \quad (2)$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4 + 4} = \sqrt{17} = 4,12 \quad (2)$$

$$|\vec{C}| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (4)^2} = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29} = 5,39 \quad (1)$$

c) $R_2 = \vec{A} \cdot \vec{B}$ nedir hesaplayınız? (5p)

$$R_2 = (-2\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) = -6\hat{i} \cdot \hat{i} + 6\hat{j} \cdot \hat{j} + 6\hat{k} \cdot \hat{k} \quad \begin{pmatrix} \hat{i} \cdot \hat{j} = 0 \\ \hat{i} \cdot \hat{k} = 0 \\ \hat{j} \cdot \hat{k} = 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$R_2 = 6 \quad (2)$$

d) A ve B vektörleri arasındaki açıyı bulunuz. (5p)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \theta$$
$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A \cdot B} = \frac{6}{\sqrt{22} \cdot \sqrt{17}} = \frac{6}{\sqrt{374}} = \frac{6}{19,34} = 0,310 \quad (3)$$

$$\theta = \cos^{-1}(0,310) \approx 72^\circ \quad (2)$$

e) $\vec{R}_3 = \vec{B} \times \vec{C}$ vektörünü bulunuz? (5p)

$$\vec{R}_3 = \vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(8+6) - \hat{j}(12+4) + \hat{k}(9-4) \quad (3)$$

$$\vec{R}_3 = 14\hat{i} - 16\hat{j} + 5\hat{k} \quad (2)$$

Soru 2: Bir helikopterin yerden yüksekliği zamana bağlı olarak $y(t) = 3t^2$ fonksiyonu ile verilmektedir. Burada t saniye ve y metre cinsinden verilmektedir. $t = 2$ s anında bir paket helikopterden bırakılıyor. Yerçekimi ivmesi $g = 10 \text{ m/s}^2$ olarak verilmektedir.

a) Paket helikopterden bırakıldığı anda yerdeki sabit bir gözlemciye göre hızı nedir? (5p)

Paketin bırakıldığı andaki hızı = helikopter hızına eşittir. Konumun birinci türevi hızı vermektedir,

$$V_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{d(3t^2)}{dt} = 6t, t = 2 \text{ s deki hızı; } \mathbf{V_y(t = 2 \text{ s}) = 6 \times 2 = 12 \text{ m/s}}$$

b) Paket helikopterden bırakıldığı anda yere olan yüksekliği nedir? (5p)

Paketin yüksekliği = helikopterin konumu;

$$t = 2 \text{ s deki konumu; } y(t) = 3t^2 \text{ eşitliği kullanılarak, } \mathbf{y_i(t = 2 \text{ s}) = 3 \times 2^2 = 12 \text{ m.}}$$

c) Paket helikopterden bırakıldıktan sonra yere ne kadar zamanda ulaşır? (5p)

$$y_s - y_i = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 \text{ ifadesi kullanılarak;}$$

$$0 - 12 = 12t - \frac{1}{2}10t^2 \text{ eşitliği düzenlenirse; } 5t^2 - 12t - 12 = 0 \text{ eşitliği yardımıyla;}$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 4, b = -12, c = -12$ katsayıları kullanılarak;

$$t_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 5 \times (-12)}}{2 \times 5}, \quad t_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{384}}{10}$$
$$\mathbf{t_1 = \frac{12+19,59}{10} = 3,16 \text{ s}, } \mathbf{t_2 = \frac{12-19,59}{10} = -0,759.}$$

Negatif kök çözüm olmadığından paketin düşme süresi 3,16 s'dir.

d) Paket yere ulaştığı anda hızının büyüklüğü nedir? (5p)

$t = 3,16$ s sonra paket yere düştüğüne göre hızı;

$$v_{ys} = v_{yi} - gt \text{ ifadesi yardımıyla;}$$

$$\mathbf{v_{ys}(t = 3,16) = 12 - 10 \times 3,16 = -19,6 \text{ m/s}}$$

e) Paketin ulaşabileceği en büyük mesafe yerden itibaren nedir? (5p)

$t=2$ s'deki konumu ve hızı sırasıyla, 12 m ve 12 m/s'dir.

$t=2$ s'de paket 12 m yükseklikte olduğundan, bu yükseklikten sonra paket 12 m/s ilk hızla yukarı doğru atılan paket;

$$h_{max} = \frac{v^2}{2g} = \frac{12^2}{2 \times 10} = \frac{144}{20} = 7,2 \text{ m daha yüksekliğe çıkar.}$$

Dolayısıyla yerden itibaren ulaşabileceği en büyük mesafe = $12 + 7,2 = 19,2$ m olur

Soru 3: Bir futbolcu 131 m uzaklıktaki kaleye doğru 53° açıyla ve 37 m/s hızla topa vuruyor. $g = 10 \text{ m/s}^2$

a) $t = 2$ s'de topun konumunu, hızının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz. (10p)

$$v_{ox} = v_o \cos 53 = 37 \cdot 0,6 = 22,2 \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = v_o \sin 53 = 37 \cdot 0,8 = 29,6$$

$$y = v_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = (29,6) \cdot 2 - \frac{1}{2} 10 (2)^2 = 39,2 \text{ m} \quad (3)$$

$$x = v_{ox} \cdot t = (22,2) \cdot 2 = 44,4 \text{ m} \quad (2)$$

$$v_x = v_{ox} = 22,2 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{oy} - g t = 29,6 - 10 \cdot 2 = 9,6 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(22,2)^2 + (9,6)^2} \approx 24,02 \text{ m/s} \quad (3)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{10}{22,2}\right) = 24,2^\circ \quad (2)$$

b) Topun uçuşu sırasında en yüksek noktaya ulaştığı zamanı ve h yüksekliğini bulunuz. (10p)

$$v_y = v_{oy} - g t = 0$$

$$t_g = t_i = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{29,6}{10} = 2,96 \text{ s} \quad (5)$$

$$h = v_{oy} \cdot t_g - \frac{1}{2} g t_g^2 = 29,6(2,96) - \frac{1}{2} 10 (2,96)^2 = 42,01 \text{ m} \quad (5)$$

c) Topun menzili nedir? Kaleye ulaşmış mıdır? (5p)

$$y = 0 \Rightarrow v_{oy} \cdot t^2 - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

$$t = (t_c + t_i) = 2 t_g = 2 \cdot (2,96) = 5,92 \text{ s} \quad (2)$$

$$R = v_o \cdot t = (37) \cdot (5,92) = 131,42 \text{ m} \quad (3)$$

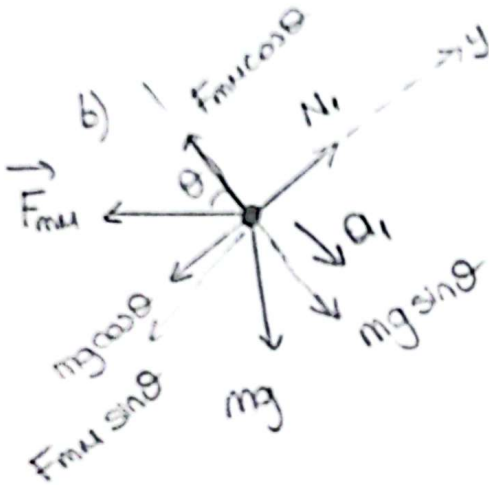
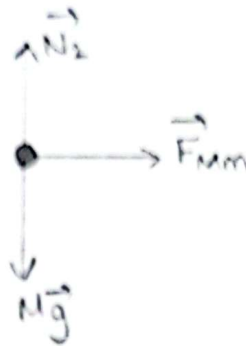
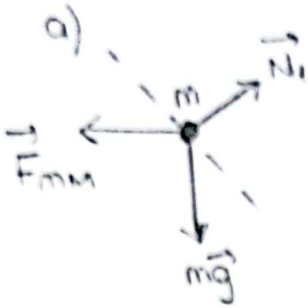
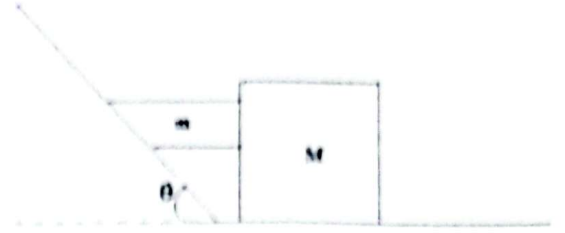
Evet ulaşmıştır.

Bölüm -5 Pınar Tunay Taşlı Vize Sınav Sorusu

$M = 5 \text{ kg}$ ve $m = 2 \text{ kg}$ kütleli iki cisim şekilde görüldüğü gibi sürtünmesiz yüzeyler üzerine yerleştirilmiştir. m kütleli cisim 30° lik eğik düzlem üzerinden serbest bırakılıyor ve M kütleli cismi sağa doğru itiyor.

($\sin 30^\circ = 0,5$ $\cos 30^\circ = 0,86$ $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- Sistemin serbest cisim diyagramını çiziniz.
- Sırasıyla, m ve M kütleli cisimlerin a_1 ve a_2 ivmelerini bulunuz.



m için hareket denk.

$$\sum F_x = m a_x$$

$$mg \sin \theta - F_{mu} \cos \theta = m a_1 \dots \textcircled{1}$$

M için hareket denk.

$$\sum F_x = M a_x = M a_2$$

$$a_2 = a_1 \cos \theta$$

$$F_{um} = M a_2 = M a_1 \cos \theta \dots \textcircled{2}$$

②'yi ①'de yaz.

$$mg \sin \theta - M a_1 \cos \theta \cos \theta = m a_1$$

$$a_1 = \frac{mg \sin \theta}{m + M \cos^2 \theta}$$

$$a_1 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,5}{2 + 5 \cdot (0,86)^2} = \boxed{1,75 \text{ m/s}^2}$$

$$a_2 = 1,75 \cdot 0,86 = \underline{\underline{1,51 \text{ m/s}^2}}$$