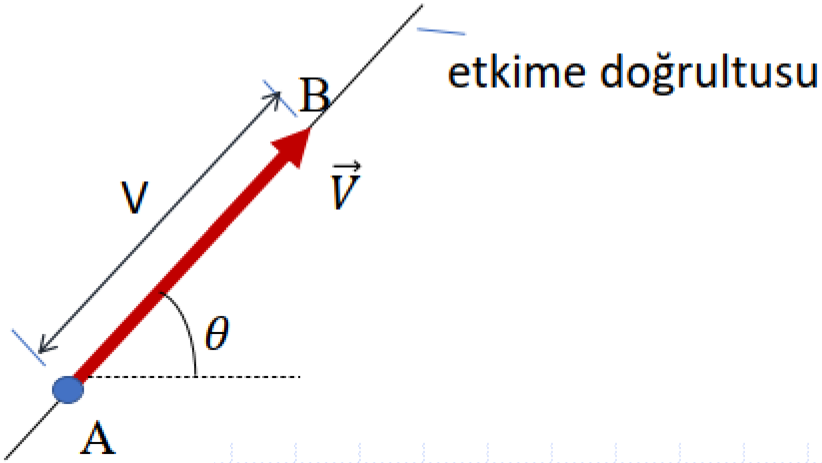
BÖLÜM 2.1

VEKTÖRLER

GİRİŞ


Çévremizdeki büyüklükler, alan, hız, hacim, kütle vb. genellikle
iki şékilde adlandinlir: Skaler ve Vektörel büyüklükler.
Skaler
VS.
Vektörel
Sadece fiziki büyüklüğü,
yani şiddeti olan
(uaunluk, zaman, kütle, hacim, enerji,
yoğunluk gibi)
Şiddeti yanında, yönü ve doğrultusu
olan büyüklükler
(hız, ivme, kuvvet ve moment gibi)
2 m
+5 s
3 kg
2 L
+3 m/s
5 m/s²
50 N
15 N·m



Vektörel Gösterimi: $\vec{V}$

Şiddeti : $|\vec{V}|$

Doğrultusu : AB

Yönü : A'dan B'ye doğru

Uygulama noktası : A

Yatayla yaptığı açı : θ

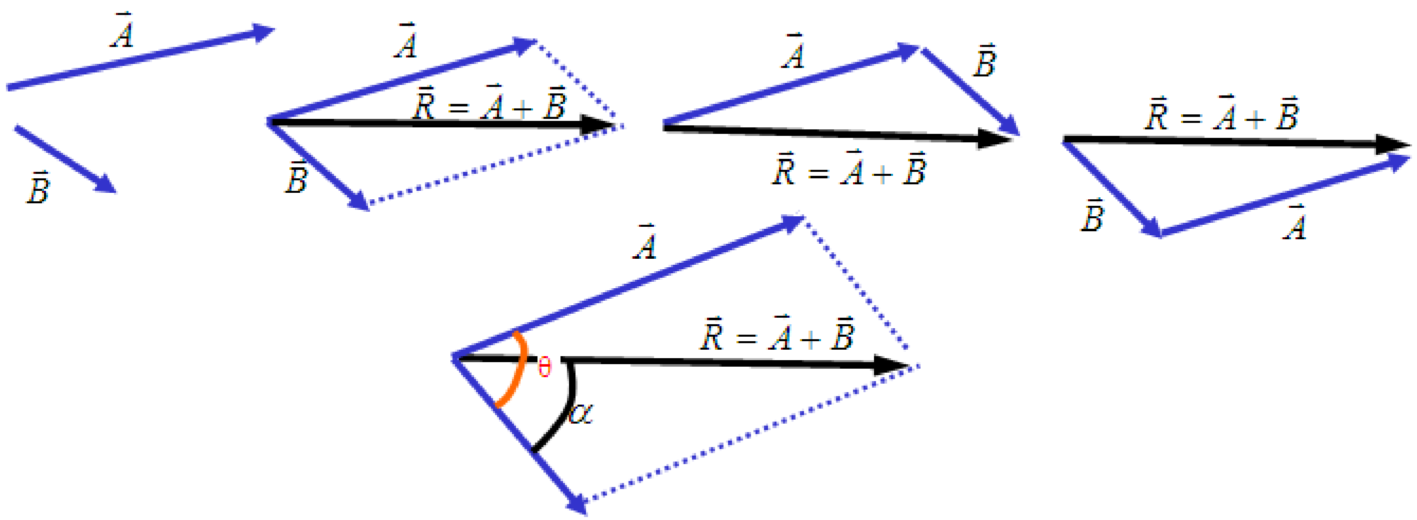
Vektörler kendi doğrultusunda kaydırılabiliyorsa bunlara *kayan vektör*, başlangıç noktası sabit ise böyle vektörlere de *bağlı vektörler* denir.

VEKTÖRLERİN TOPLANMASI VE ÇIKARILMASI

1. Paralel kenar metodu
2. Üçgen metodu
3. Poligon metodu
4. Analitik metot

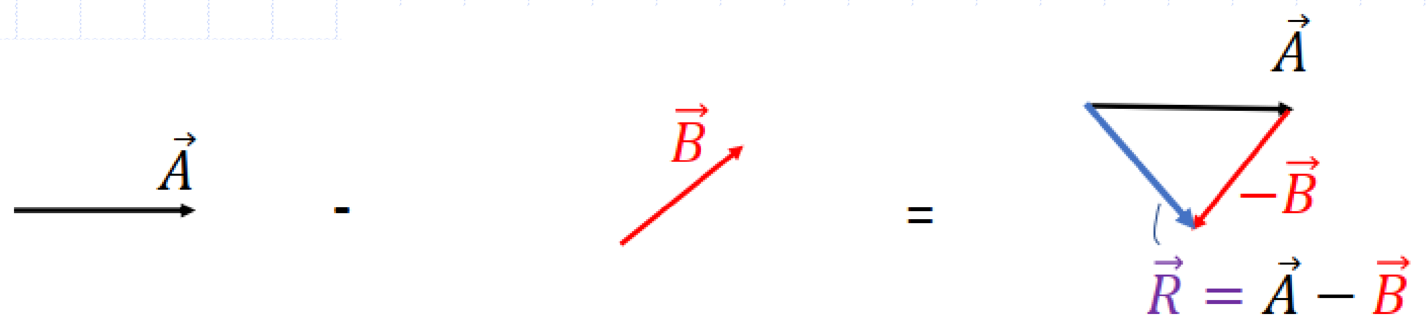
Paralelkenar Yöntemi

Bilinen iki vektör $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ olsun. Bu iki vektörün toplamına da $\vec{R}$ diyelim. Paralel kenar kanunu vasıtasıyla bu toplam $\vec{R}$ = A + B şeklinde verilir. A ve B, vektörlerin boylarını gösterdiğine göre vektörlerin toplamı geometrik olarak verilebilir.



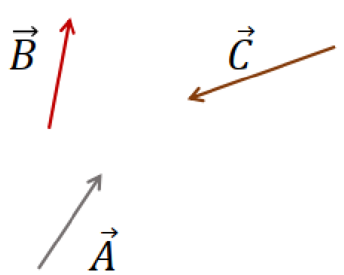
Üçgen Metot

Çıkarma: 2’nci vektör 180 derece çevrilip toplama işlemi yukarıdaki gibi aynen uygulanır.

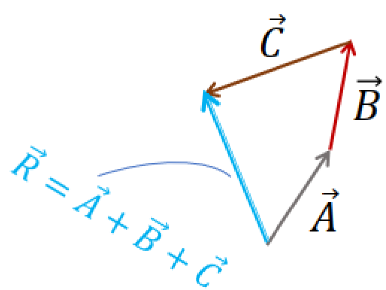


Poligon Metot

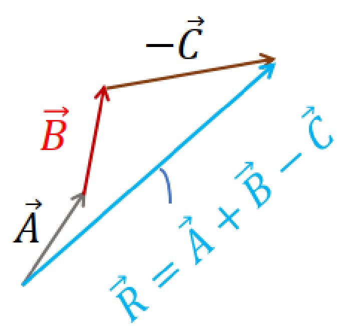
Bu metot üçgen metodun genişletilmiş halidir. İkiden fazla vektörün toplanması için kullanılan geometrik bir toplama metodudur. Bilinen üç vektör A, B ve C olsun vektörlerden birini çizdikten sonra diğer vektörleri kendi yön ve doğrultusuna sadık kalarak çizilen ilk vektörün uç noktası ile diğer vektörün başlangıcı birleştirilir. Aynı işlem sonraki vektör içinde uygulanır. İlk çizilen vektörün başlangıç noktası ile son çizilen vektörün bitim noktası birleştirilirse R bileşke kuvveti; şiddet ve yön olarak bulunmuş olur. Burada işlem sırası ve vektörlerin birbirini kesmesi önemli değildir.



$\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=?$

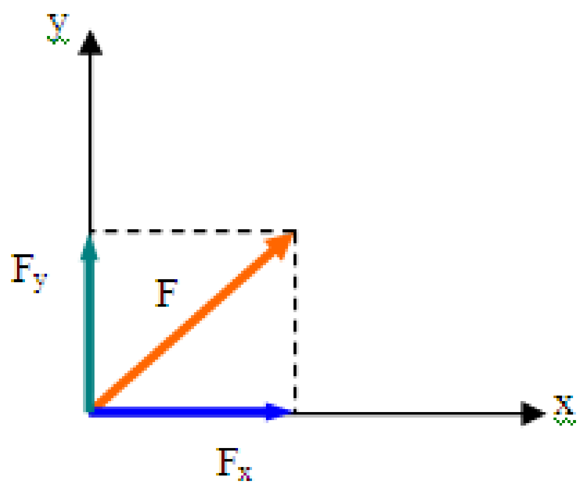


$\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}=?$



Analitik Metot

Bir vektörü (birbirine dik doğrultularda) kartezyen koordinat sisteminde iki bileşene ayırmak mümkündür. Vektörün eksenlerden birisi ile yaptığı açı θ ise, Vektör; sin(θ) ve cos(θ) ile çarpılarak dik koordinatlardaki izdüşümü bulunabilir. Aşağıda görüldüğü gibi vektör x ve y eksenleri yönünde bileşenlere ayrılabilir.



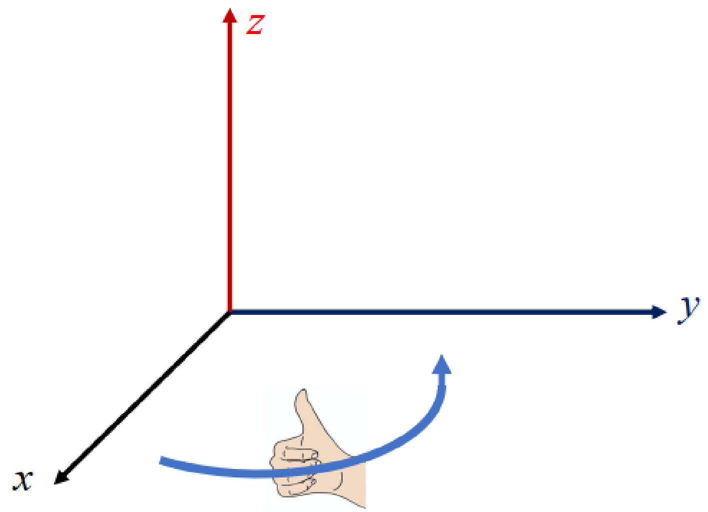
Bir vektörün bileşenlere ayrılması

devam edecek, bir sonraki bölümde...

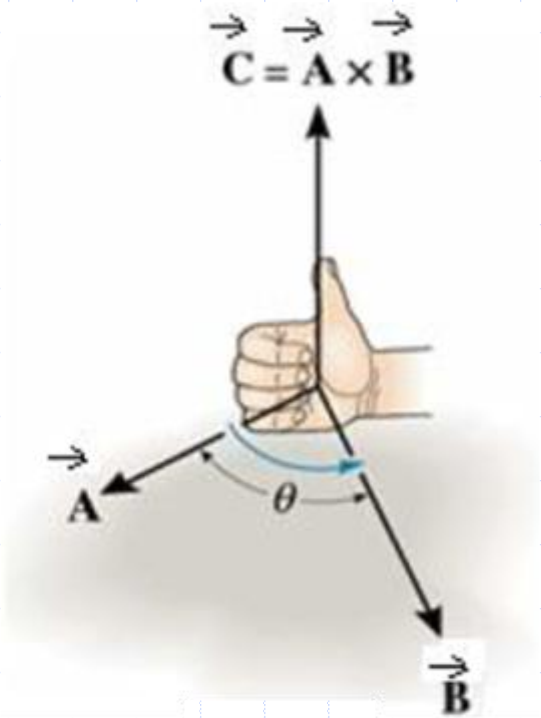
Kartezyen Koordinat

Birbirine dik (ortogonal) eksenlerden oluşan eksen takımıdır. İki boyutlu (düzlemsel) durumda x ve y eksenlerini, üç boyutlu (uzaysal) durumda x, y ve z eksenlerini içerir.

Eksenlerin 2'si keyfi, diğeri onlara bağlı (sağ el kaidesine göre) yerleştirilir.



Sağ El Kuralı



!!!!

Vektörel çarpımda vektörlerin çarpım sırası önemlidir.

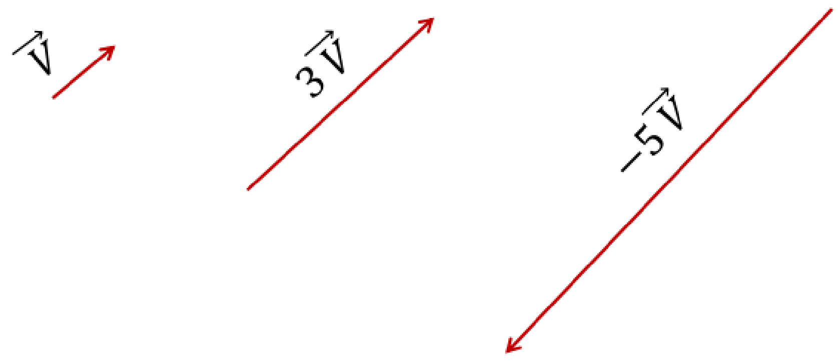
$$\vec{A}\,x\,\vec{B} \neq \vec{B}\,x\,\vec{A}$$

$$\vec{A}\,x\,\vec{B} = -(\vec{B}\,x\,\vec{A})$$

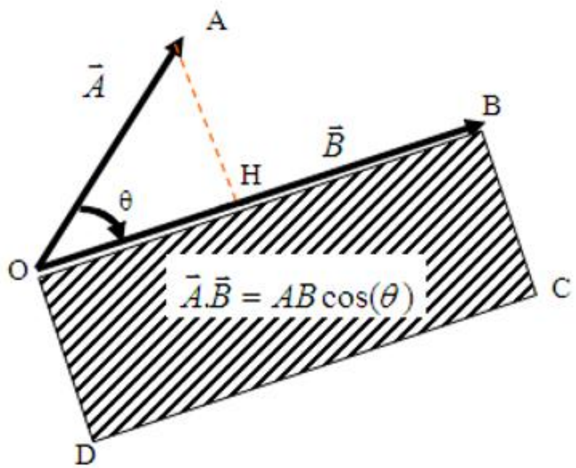
Önemli Not: Vektörel Çarpmada Dağılma Özelliği

$$\vec{A}\,x\left(\vec{B}+\vec{C}\right) = \vec{A}\,x\,\vec{B} + \vec{A}\,x\,\vec{C}$$

Bir Vektörün Bir Skalerle (Bir Katsayıyla) Çarpımı



İki Vektörün Birbirleriyle Skaler Çarpımı (.)



$$\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$

A = 5, B = 4 ve $\theta = 60^o$

$\vec{A}.\vec{B}$ = 5.4.Cos60° = 10

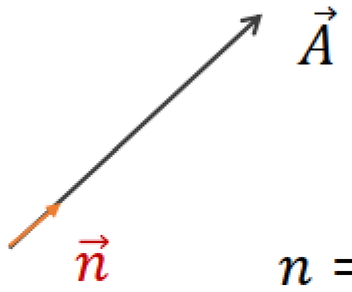
İki Vektörün Vektörel Çarpımı

$$\overrightarrow{V_1} \text{ x } \overrightarrow{V_2} = \overrightarrow{V_3}$$

Şiddeti: $V_3 = V_1 . V_2 . Sin\theta$

- Başka bir vektördür (V_3)
- Şiddeti; her iki vektörün şiddetleri ve aralarındaki açının sinüsünün çarpılmasıyla bulunur
- Yönü; çarpılan vektörlerin bulunduğu ortak düzleme diktir ve sağ el kaidesiyle bulunur.

Birim Vektör



$$n = 1$$

Herhangi bir doğrultuda, şiddeti **1** birim olan vektördür.

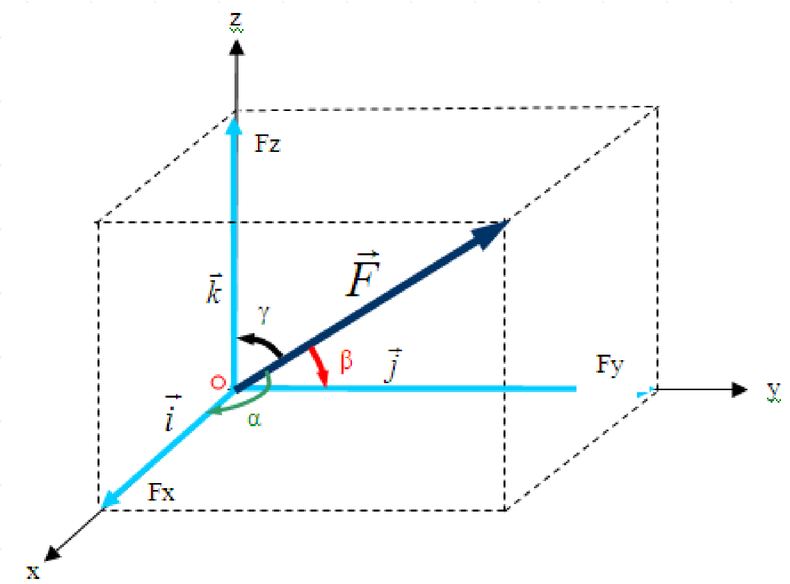
Birim Vektörü Nasıl Buluruz?

$$\vec{n} = \frac{\vec{A}}{A} \qquad \vec{A} = A.\vec{n}$$

Birim vektör; kendisiyle aynı yönde olan bir vektörün kendi şiddetine bölünmesiyle bulunur.

Bir vektörün şiddeti belli iken, vektörel ifadesini bulmak istiyorsan; vektörün şiddeti ile vektörle aynı yöndeki birim vektörü ile çarpacaksın

Kartezyen Birim Vektörler



Kartezyen koordinatlarda eksenler (x, y ve z) doğrultularındaki birim vektörler, özel olarak i, j ve k ile sembolize edilir. Bunlar birbirlerine dik birim vektörlerdir.

İ ve j vektörlerinin birbiriyle vektörel çarpımının sonucunu arıyor olsak?

$$(\vec{i})x(\vec{j}) = ?$$

Kartezyen Birim Vektörler

$$(\vec{i})x(\vec{j}) = ?$$

Vektörel çarpım gereği sonuç başka bir vektördür.

Şiddeti; çarpılan vektörlerin şiddeti ile aralarındaki açının sinüsünün çarpılır.

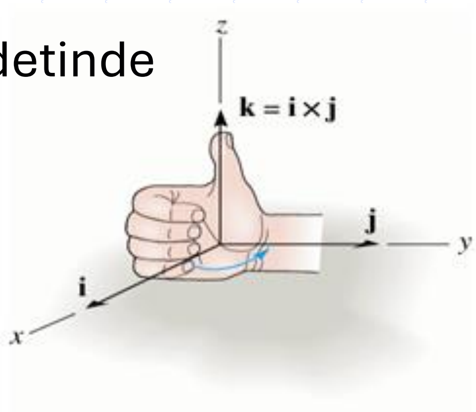
$$|\vec{\imath}||\vec{\jmath}|\sin 90^0 = 1.1.1 = 1$$

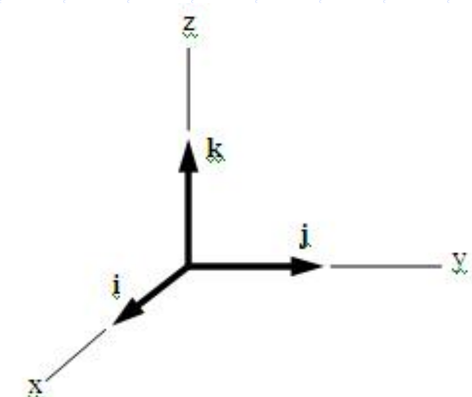
Yönü; Sağ el kaidesiyle +z yönündedir.

+z doğrultusunda 1 birim şiddetinde çıkmıştır. Bu ise $\vec{k}$ vektörüdür.

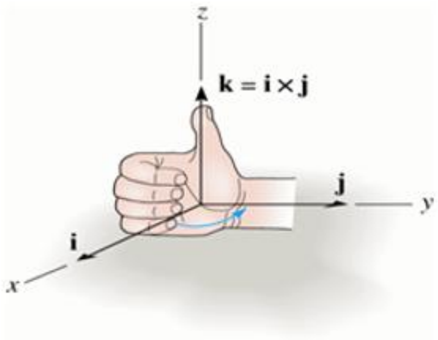
$$\vec{\imath}x\vec{\jmath} = \vec{k}$$

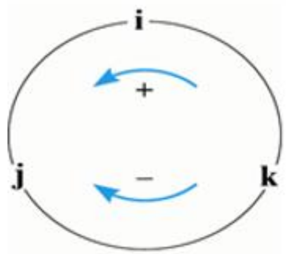
$$\vec{k}x\vec{\jmath} = -\vec{\imath} \text{ ve } \vec{k}x\vec{\imath} = \vec{\jmath}$$





Şema ile Kartezyen Birim Vektörlerin Vektörel Çarpımı





$$\vec{i}\,x\vec{j} = \vec{k}$$

$$\vec{j}x\vec{k} = \vec{i}$$

$$\vec{i}x\vec{k} = \overrightarrow{-j}$$

$$\vec{j}x\vec{i} = \overrightarrow{-k}$$

Kartezyen Birim vektörlerin kendisi ile vektörel çarpımı sıfırdır. Çünkü; aralarındaki açı 0 derecedir.

$$\vec{i}x\vec{i} = ?$$

$$|\vec{i}||\vec{i}|\sin 0^0 = 1.1.0 = 0$$

$$\vec{i}x\vec{i} = 0$$

$$\vec{j}x\vec{j} = \vec{k}x\vec{k} = 0$$

Kartezyen Birim Vektörlerin Skaler Çarpımı

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos\theta$$

Skaler çarpımda, sonuç bir sayıdır ve çarpılan vektörlerin şiddeti ile aralarındaki açının kosinüsü çarpılır. Aynı birim vektörlerin aralarındaki açı 0 derecedir. Bir birim vektörün, diğer birim vektörlerle arasındaki açı 90 derecedir.

Kartezyen birim vektörlerin kendisiyle skaler çarpımı sonucu 1’dir.

$$|\vec{i}| = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = 1 \cdot 1 \cdot \cos 0^\circ = 1$$

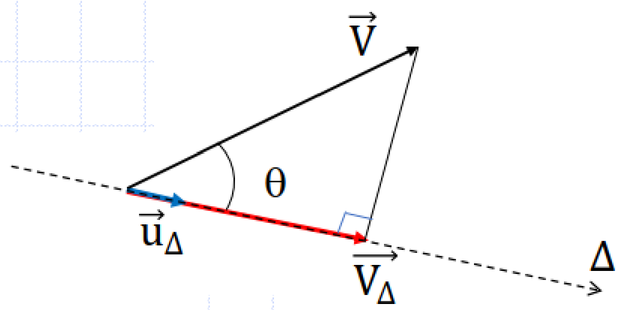
Kartezyen birim vektörlerin birbirleriyle skaler çarpımı sonucu 0’dır.

$$\vec{i} \cdot \vec{j}$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot \cos 90^\circ = 0$$

İzdüşüm Nasıl Bulunu?

Bir vektörün bir eksen üzerindeki izdüşümü vektörün bitim noktasından o eksene inilen dik ile bulunur.



$\overrightarrow{V_\Delta}$: $\vec{V}$ vektörünün Δ eksenindeki izdüşümüdür.

$\overrightarrow{u_\Delta}$: Δ eksenindeki birim vektör

İz Düşümün **Şiddeti** Nasıl Bulunur?

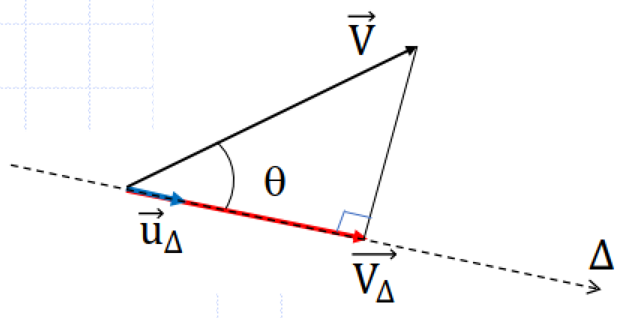
$$V_\Delta = |\vec{V}| cos\theta$$

veya

$$V_\Delta = \vec{V} \, . \vec{u}_\Delta$$

Bir vektörün bir eksen üzerindeki izdüşümünün şiddeti o vektörün o eksendeki birim vektörle skaler çarpımına eşittir.

İzdüşüm Nasıl Bulunu?



İzdüşümün **vektörel** ifadesini nasıl buluruz?

$$\overrightarrow{V_\Delta} = ?$$

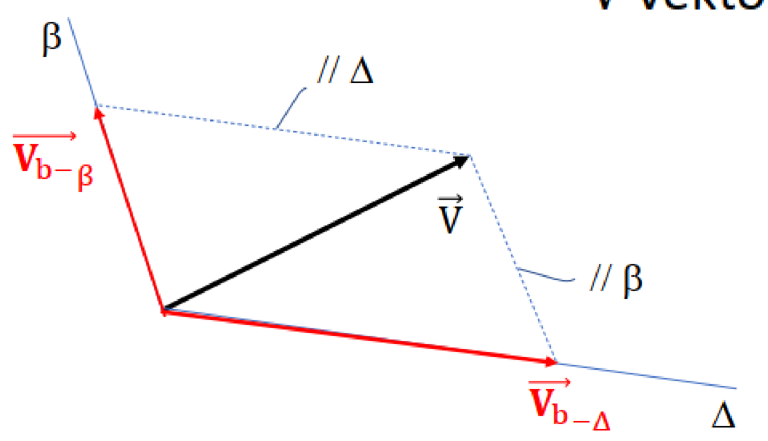
$$\overrightarrow{V_\Delta} = V_\Delta . \vec{u}_\Delta$$ birim vektörün tanımı

bir önceki slayt, şiddeti $V_\Delta = \vec{V} . \vec{u}_\Delta$

o zaman, **İZDÜŞÜM VEKTÖRÜ**

$$\boxed{\overrightarrow{V_\Delta} = (\vec{V} . \vec{u}_\Delta) . \vec{u}_\Delta}$$

Bileşen Nasıl Bulunur?



$\vec{V}$ vektörünün β ve Δ eksenlerindeki bileşenleri

$\overrightarrow{V_{b-\beta}}$ ve $\overrightarrow{V_{b-\Delta}}$

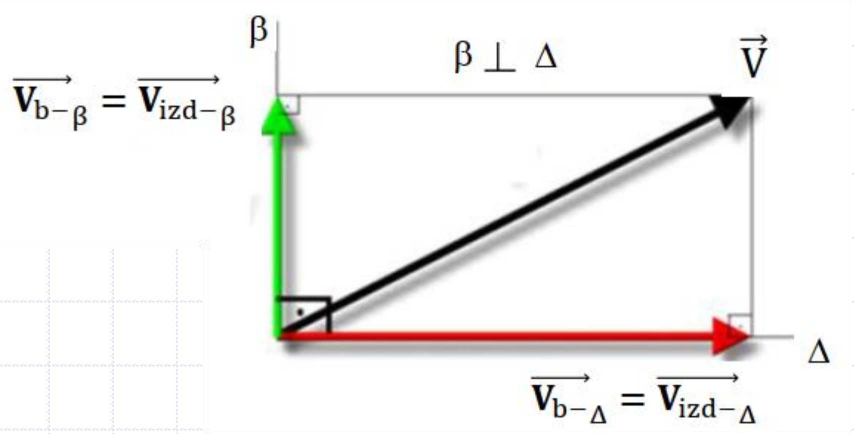
$$\vec{V} = \overrightarrow{V_{b-\beta}} + \overrightarrow{V_{b-\Delta}}$$

Bir vektörün 2 farklı eksen üzerindeki bileşenlerini bulmak için, vektörün ucundan (bitim noktasından) her bir eksene paralel çizgiler çizeriz. Bu çizgilerin eksenleri kestiği noktalar vektörün bileşenlerini verir.

!!!UNUTMA!!!

İzdüşüm için tek, bileşen için iki eksenin varlığı gereklidir.

Bileşen ile İzdüşüm Ne Zaman Çakışır?

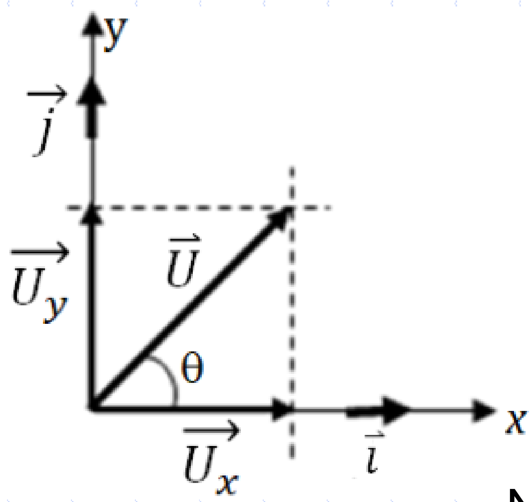


Eksenler birbirine dik olduğunda bileşen ve izdüşümler üst üste çakışır ve aynı olur

!!!Dikkat!!!

Kartezyen koordinat eksenleri (x, y ve z) birbirlerine diktir. Bu sebeple bu eksenlerdeki izdüşümler, aynı zamanda bileşenlerdir.

Bir Vektörün Kartezyen Bileşeni



Düzlemde (iki boyutlu halde, yani genelde x ve y'de)

U vektörünün x ve y bileşenlerini arıyor olalım;

$$(\overrightarrow{U_x}\,, \overrightarrow{U_y})$$

$$\vec{U} = \overrightarrow{U_x} + \overrightarrow{U_y}$$

Ne demiştik; Birim vektör neydi?

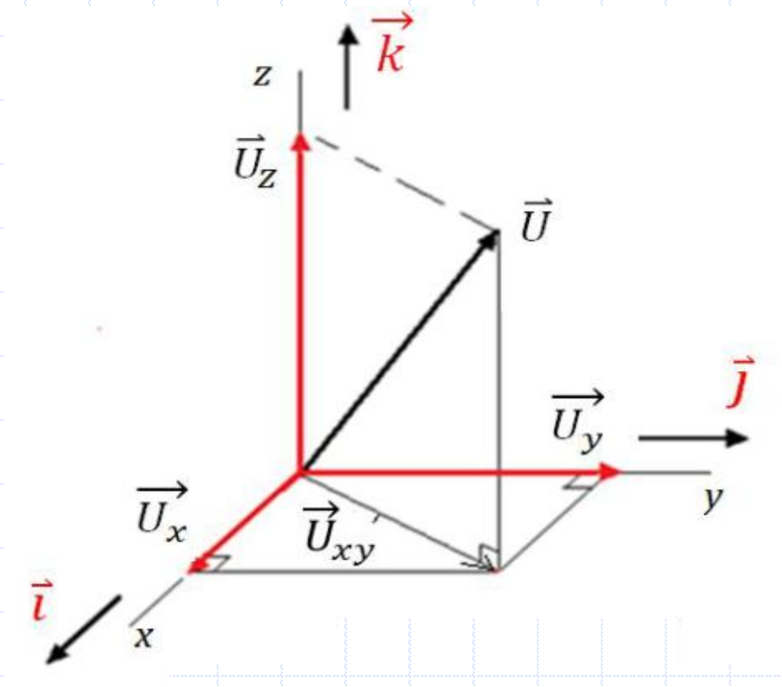
Bir vektör, şiddeti ile birim vektörün çarpımına eşittir.

$$\overrightarrow{U_x} = U_x\vec{\imath}, \qquad \overrightarrow{U_y} = U_y\,\vec{j} \qquad\qquad \vec{U} = U_x\vec{\imath} + U_y\vec{j}$$

Yatayla yaptığı açı: $\quad tan\theta = \dfrac{U_y}{U_x}$

Kartezyen bileşenleri belli olan bir vektörün şiddeti; $\quad U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$

3D veya 3 Boyutta Durum Ne Olur;



$$\vec{U} \quad = U_z\vec{i} + \vec{U}_{xy}$$

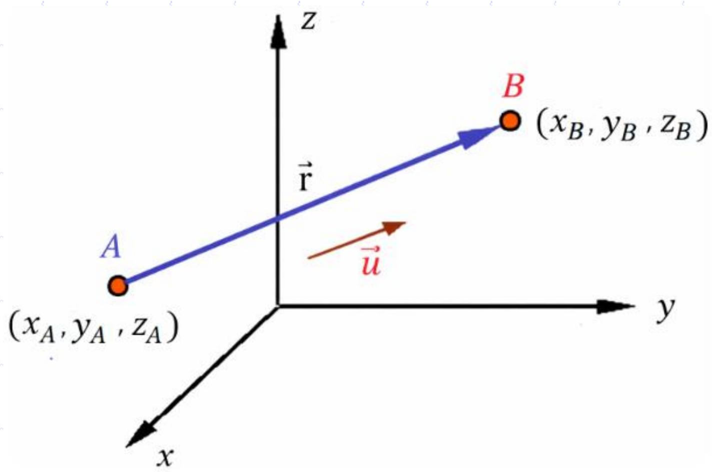
$$\vec{U}_{xy} = U_x\vec{i} + U_y\vec{j}$$

$$\vec{U} = U_x\vec{i} + U_y\vec{j} + U_z\,\vec{k}$$

Şiddeti;

$$U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$$

Konum Vektörü



Başlangıç ve bitiş noktasının koordinatları belli olan bir konum vektörü şu şekilde bulunur:
(Bitiş noktasının koordinatlarından başlangıç noktasının koordinatları sırayla çıkarılır.)

Konum vektörü: $\overrightarrow{AB} = \vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$

Konum vektörünün Şiddeti: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Konum vektöründen birim vektörün bulunması: $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$

Vektörel Çarpımın Matris Formatı

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\vec{\mathrm{i}} + A_y\vec{\mathrm{j}} + A_z\vec{\mathrm{k}} \quad , \quad \vec{\mathbf{B}} = B_x\vec{\mathrm{i}} + B_y\vec{\mathrm{j}} + B_z\vec{\mathrm{k}}$$

$$\vec{\mathbf{A}}\mathrm{x}\vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathrm{i}} & \vec{\mathrm{j}} & \vec{\mathrm{k}} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

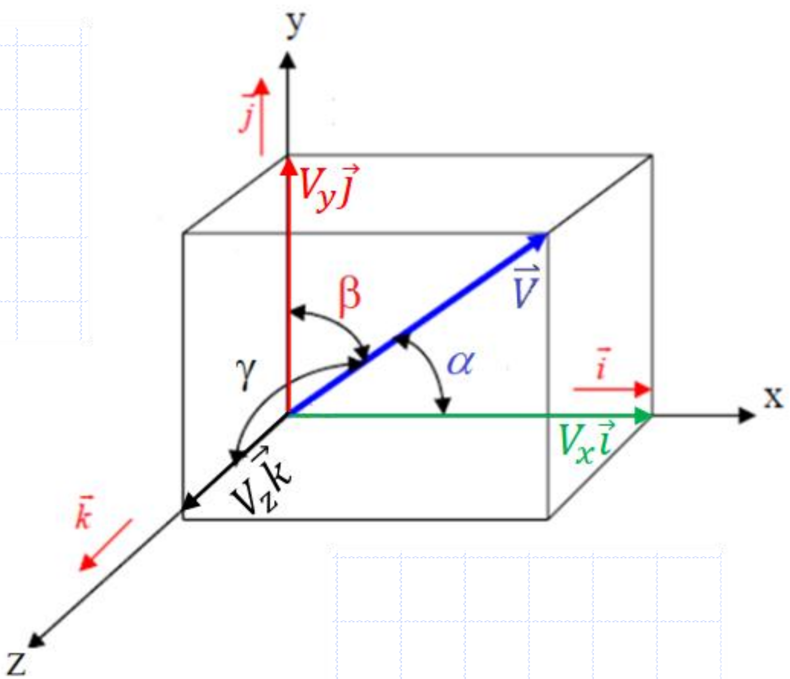
$$\vec{A} = 6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{B} = 12\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}}\mathrm{x}\vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathrm{i}} & \vec{\mathrm{j}} & \vec{\mathrm{k}} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{\mathrm{i}} & \vec{\mathrm{j}} & \vec{\mathrm{k}} \\ 6 & 3 & 2 \\ 12 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}}\mathrm{x}\vec{\mathbf{B}} = (3\mathrm{x}4 - 2\mathrm{x}3)\vec{\mathbf{i}} - (6\mathrm{x}4 - 2x12)\vec{\mathbf{j}} + (6\mathrm{x}3 - 3\mathrm{x}12)\vec{\mathbf{k}} \rightarrow \vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}}\mathrm{x}\vec{\mathbf{B}} = 6\vec{\mathrm{i}} - 18\vec{\mathrm{k}}$$

Doğrultman Kosinüsleri



$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2 + {V_z}^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{V_x}{|\vec{V}|} \qquad \cos\beta = \frac{V_y}{|\vec{V}|}$$

$$\cos\gamma = \frac{V_z}{|\vec{V}|}$$

Bir vektörün Kartezyen eksenlerin her birisi ile yaptığı açıların kosinüslerine doğrultman kosinüsleri denir.

Mukavemetle ilgili bazı hesaplamalarda daha pratik çözümler için kullanılır.

Örnekler

1. $\vec{F} = 5\vec{i} - 7\vec{j} + 15\vec{k}$ *olarak verildiğine göre* $2\vec{F}$ *ve* $(-4\vec{F})$ *nedir?*

$2\vec{F} = 10\vec{i} - 14\vec{j} + 30\vec{k}$ ve $-4\vec{F} = -20i + 28\vec{j} - 60\vec{k}$ 'dir.

2. $\overrightarrow{F_1} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} - 5\vec{k}$ ise aşağıdaki işlemleri gerçekleştiriniz.

$\overrightarrow{F_2} = -4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{F_1} = 8\vec{\jmath} + 3\vec{k}$

a. $(\overrightarrow{F_1} x\, \overrightarrow{F_2}).\overrightarrow{F_3} = ?$

b. $(\overrightarrow{F_1}.\, \overrightarrow{F_2}).\overrightarrow{F_3} = ?$

c. $\overrightarrow{F_1} x (\overrightarrow{F_2} - \overrightarrow{F_3}) = ?$

a. $(\overrightarrow{F_1} x\ \overrightarrow{F_2}) = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 3 & 4 & -5 \\ -4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

$i(4x0 - (3x - 5))$-j(3x0-(-4x-5)+k(3x3-(-4x4) = 15i+20j+25k

(15i+20j+25k).(8j+3k) = 20x8+25x3 = 235 , skaler, reel sayı

b. $[3i + 4j - 5k).(-4i + 3j)].(8j + 3k)$

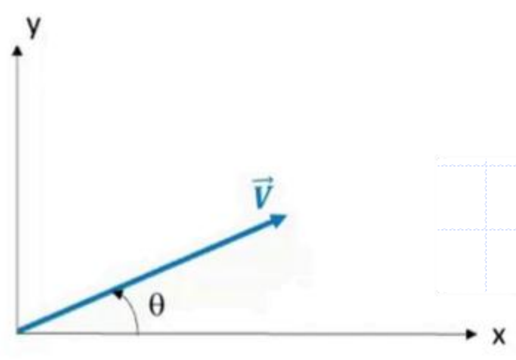
$[(3x - 4) + (4x3)].(8j + 3k) = [-12 + 12].(8j + 3k) = 0$

c. $[(4i + 3j) - (8j + 3k)]$ = -4i-5j-3k

$\overrightarrow{F_1} x(\overrightarrow{F_2} - \overrightarrow{F_3}) = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 3 & 4 & -5 \\ -4 & -5 & -3 \end{bmatrix}$

$i(4x - 3 - (-5x - 5))$-j(3x-5-(-4x-5)+k(3x-5-(-4x4) = -37i+29j+k

3.



50 birim şiddetindeki V vektörü, +x ekseni ile 20 derecelik açı yapmaktadır.

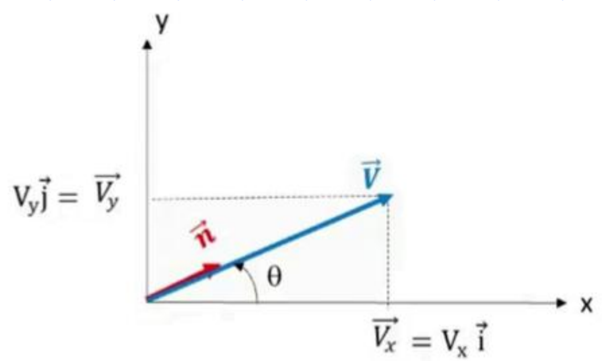
a. V vektörünü bulunuz

b. V ile aynı doğrultudaki birim vektörü elde ediniz

$$V_x = |V|\cos 20^\circ = 50 \cdot 0.9397 = 46.98 \checkmark$$

$$V_y = |V|\sin 20^\circ = 50 \cdot 0.3420 = 17.10 \checkmark$$

$$\vec{V} = 46.98\,\hat{i} + 17.10\,\hat{j}$$

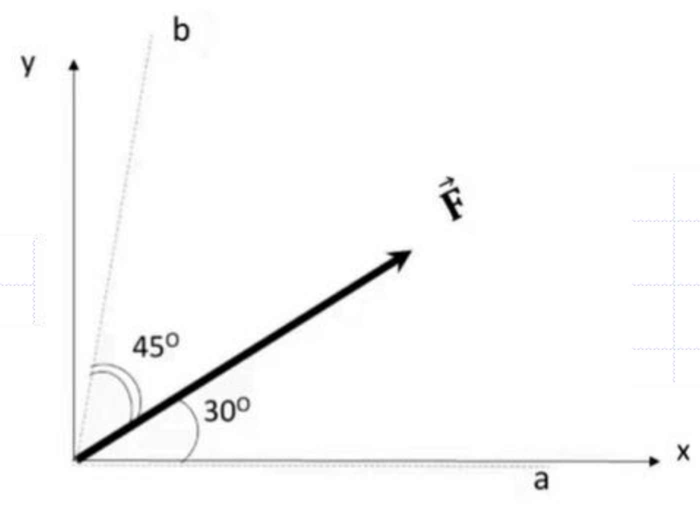


$$\hat{n} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$$

$$\hat{n} = \frac{46.98}{50}\hat{i} + \frac{17.10}{50}\hat{j}$$

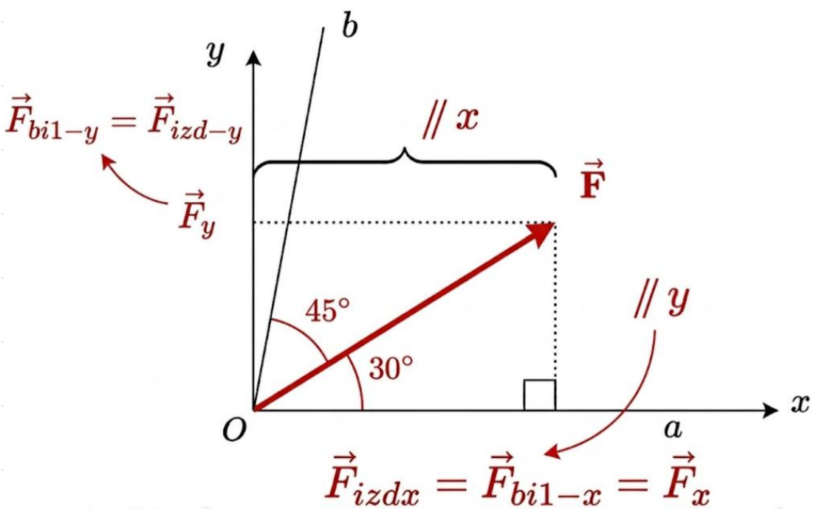
$$\hat{n} = 0.9397\,\hat{i} + 0.3420\,\hat{j}$$

4.



1000 N şiddetindeki F kuvvetinin;

a. x ve y eksenlerindeki bileşenlerini ve izdüşümlerini,
b. a ve b doğrultularındaki bileşenlerini ve iz düşümlerini bulunuz



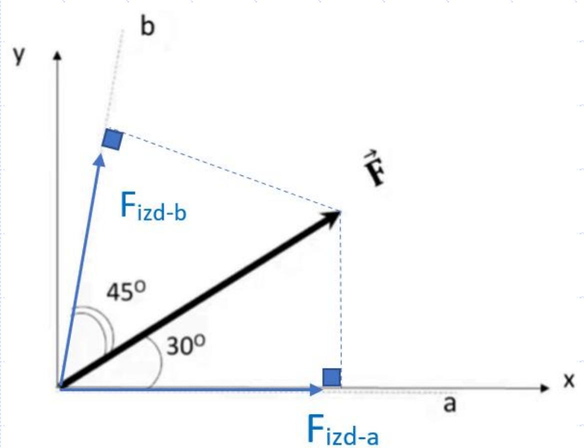
a.

$$F_x = F\cos 30^\circ = 1000\cos 30^\circ = 866 \text{ N}$$

$$F_y = F\sin 30^\circ = 1000\sin 30^\circ = 500 \text{ N}$$

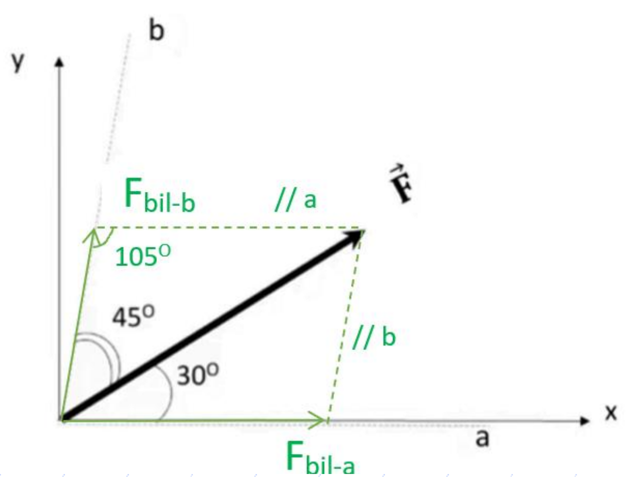
$$\boxed{\vec{F} = 866.03\,\hat{i} + 500\,\hat{j}}$$

b.



$$F_{izd-a} = F\cos 30^\circ = 1000 \cdot 0.8660 = 866.0\ \mathrm{N}$$

$$F_{izd-b} = F\cos 45^\circ = 1000 \cdot 0.7071 = 707.1\ \mathrm{N}$$



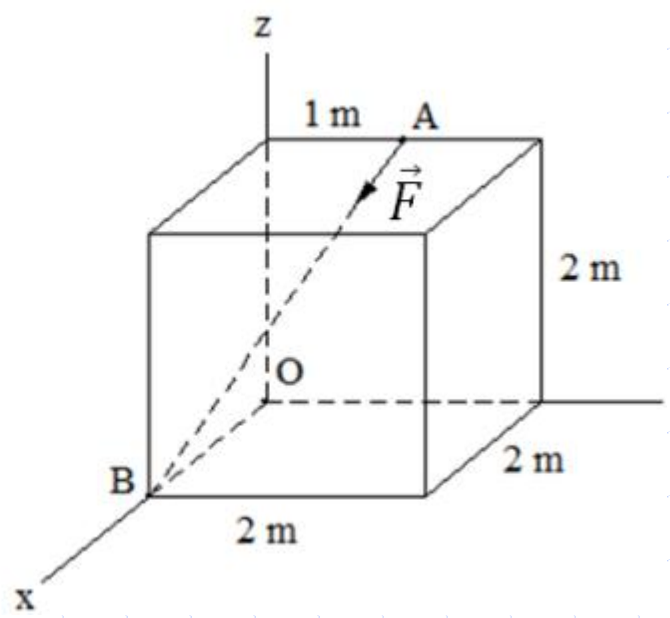
$$\frac{F}{\sin 105^\circ} = \frac{F_{bil-b}}{\sin 30^\circ} = \frac{F_{bil-a}}{\sin 45^\circ}$$

$$\sin 105^\circ = 0.9659$$

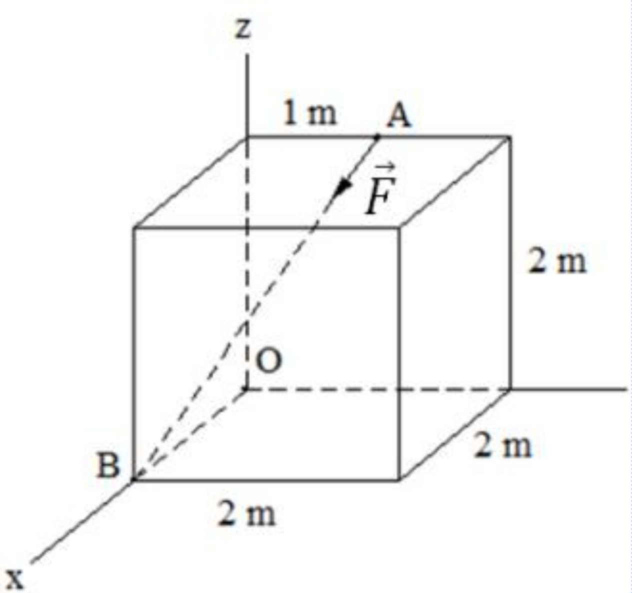
$$F_{bil-b} = \frac{1000 \sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = \frac{1000(0.5)}{0.9659} = \boxed{517.6\ \mathrm{N}}$$

$$F_{bil-a} = \frac{1000 \sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = \frac{1000(0.7071)}{0.9659} = \boxed{732.1\ \mathrm{N}}$$

5.



Şiddeti F=18 birim olan $\vec{F}$ vektörünü, vektörel olarak ifade ediniz.



Bir vektör, şiddeti ile aynı yöndeki birim vektörün çarpımına eşittir.

$$\vec{F} = F.\vec{n}$$

Birim vektör, kendi yönündeki konum vektörünün şiddetine bölümüne eşittir.

$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$$

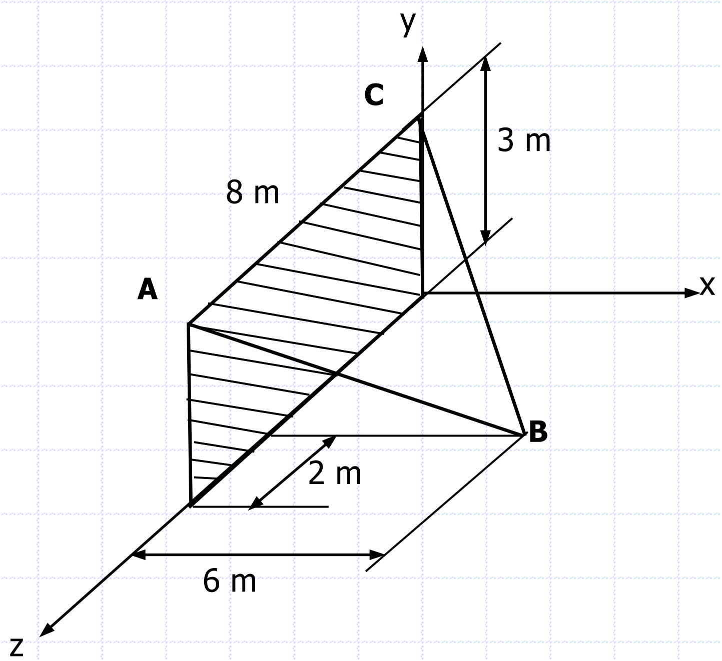
A (0,1,2)

B (2,0,0)

$$\vec{F} = F\vec{n} = 18\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = 18\frac{(2-0)\vec{\imath} + (0-1)\vec{\jmath} + (0-2)\vec{k}}{|\overrightarrow{AB}|} = 18\frac{2\vec{\imath} - \vec{\jmath} - 2\vec{k}}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{18(2\vec{\imath} - \vec{\jmath} - 2\vec{k})}{3}$$

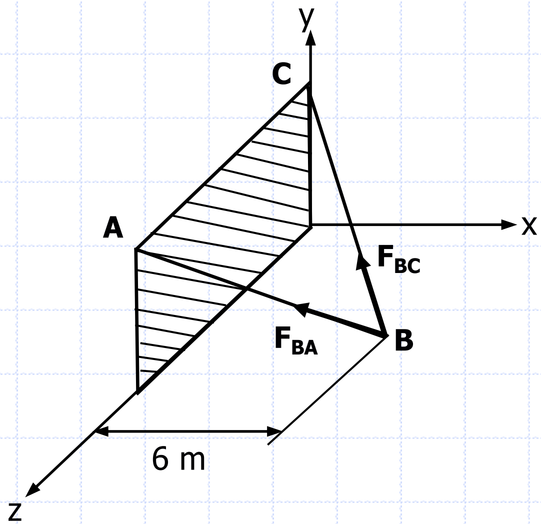
$$\vec{F} = 12\vec{\imath} - 6\vec{\jmath} - 12\vec{k}$$

6.



AB kablosundaki kuvvet 350N, BC kablosundaki kuvvet 450N dur.

Kablodan B noktasına gelen kuvvetlerin bileşkesini bulunuz.



A (0,3,8)

B (6,0,6)

C (0,3,0)

$$\overrightarrow{BA} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\overrightarrow{BC} = -6\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k}$$

$$|BA| = \sqrt{36+9+4} = 7$$

$$|BC| = \sqrt{36+9+36} = 9$$

$$\overrightarrow{F_{BA}} = \frac{350}{7}(-6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k})$$

$$\overrightarrow{F_{BC}} = \frac{450}{9}(-6\vec{i} + 3\vec{j} - 6\vec{k})$$

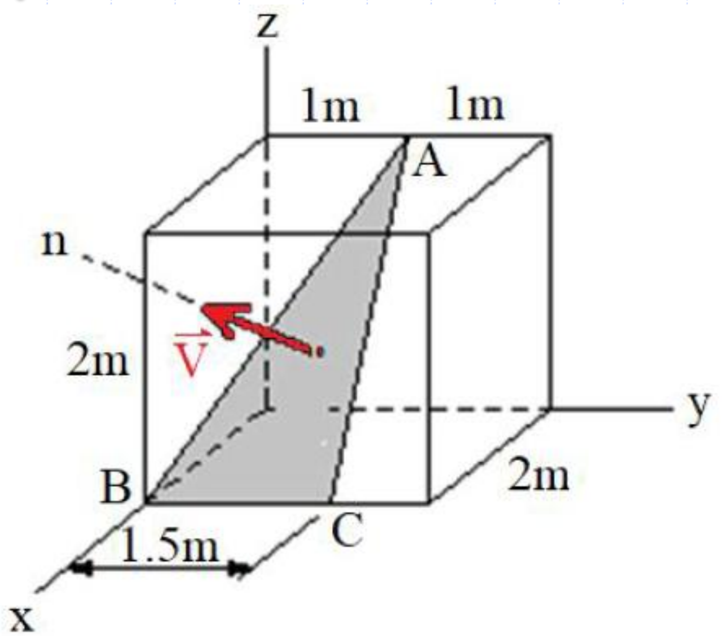
$$\overrightarrow{F_{BA}} = -300\vec{i} + 150\vec{j} + 100\vec{k})$$

$$\overrightarrow{F_{BC}} = -300\vec{i} + 150\vec{j} - 300\vec{k}$$

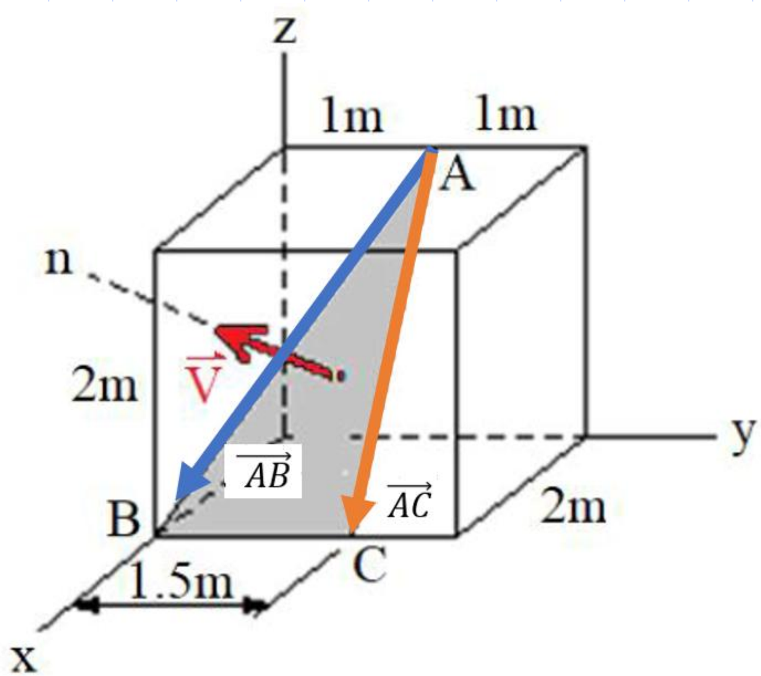
$$\overrightarrow{R_B} = \overrightarrow{F_{BC}} + \overrightarrow{F_{BA}}$$

$$\overrightarrow{R_B} = -600\vec{i} + 300\vec{j} - 200\vec{k}$$

7.

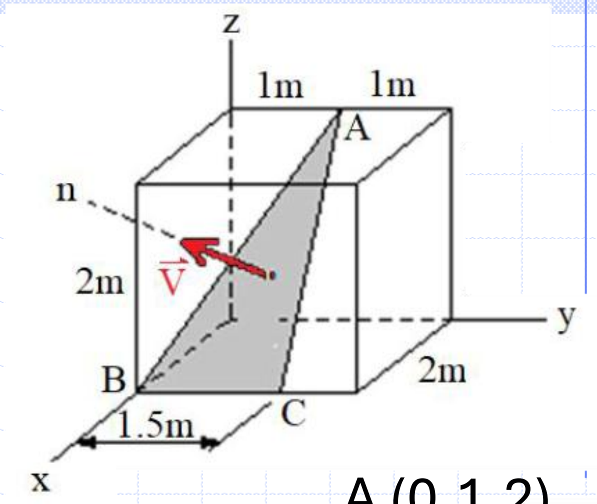


Şiddeti 5 birim olan V vektörünün ABC düzleminin normali doğrultusundaki vektörel ifadesini bulunuz



$\vec{V}$ vektörü için $\overrightarrow{AB}x\overrightarrow{AC}$ yazabiliriz. $\overrightarrow{AB}$ ve $\overrightarrow{AC}$ koyu düzlemdedir ve çarpımları n doğrultusundadır.

$\overrightarrow{AB}$'yi $\overrightarrow{AC}$ üzerine sağ el kuralına göre kapatırsak baş parmağımızın yönü, n doğrultusunu gösterecektir.



A (0,1,2)
B (2,0,0)
C (2,1.5,0)

$$\overrightarrow{AB} = (2-0)\vec{\imath} + (0-1)\vec{\jmath} + (0-2)\vec{k} = 2\vec{\imath} - \vec{\jmath} - 2\vec{k}$$

$$\overrightarrow{AC} = (2-0)\vec{\imath} + (1.5-1)\vec{\jmath} + (0-2)\vec{k} = 2\vec{\imath} + 0.5\vec{\jmath} - 2\vec{k}$$

$$\vec{V} = V\vec{n} = 5\frac{\overrightarrow{AB}x\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}x\overrightarrow{AC}|} = 5\frac{\{(2\vec{\imath} - \vec{\jmath} - 2\vec{k})x(2\vec{\imath} + 0.5\vec{\jmath} - 2\vec{k})\}}{|\overrightarrow{AB}x\overrightarrow{AC}|}$$

$$5\frac{(1\vec{k} + 4\vec{\jmath} + 2\vec{k} + 2\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} + 1\vec{\imath})}{|\overrightarrow{AB}x\overrightarrow{AC}|} = 5\frac{(3\vec{\imath} + 3\vec{k})}{\sqrt{3^2 + 3^2}} \rightarrow \vec{V} = 3.53\vec{\imath} + 3.53\vec{k}$$

Önemli olan n doğrultusunda herhangi bir vektörün oluşmasıdır.