

Soru 1: $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ ve $\vec{C} = -\hat{i} + 5\hat{j} - 3\hat{k}$ gibi üç vektör veriliyor.

a) $\vec{A} + 2\vec{B} + \vec{C} = ?$ hesaplayınız. (5p)

$$\begin{aligned}\vec{A} + 2\vec{B} + \vec{C} &= (3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}) + 2(2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) + (-\hat{i} + 5\hat{j} - 3\hat{k}) \\ &= 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k} + 4\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k} - \hat{i} + 5\hat{j} - 3\hat{k} \\ &= 6\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k} \quad ///\end{aligned}$$

b) $|\vec{A} + 2\vec{B} + \vec{C}| = ?$ hesaplayınız. (5p)

$$\begin{aligned}|\vec{A} + 2\vec{B} + \vec{C}| &= \sqrt{(6)^2 + (5)^2 + (4)^2} \\ &= \sqrt{36 + 25 + 16} \\ &= \sqrt{77} = 8,77 \quad ///\end{aligned}$$

c) $\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörleri arasındaki açı kaç derecedir hesaplayınız. (5p)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}) \cdot (2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) = 3 \cdot 2 + 4 \cdot (-2) + (-1) \cdot 4 = 6 - 8 - 4 = -6 \quad //$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9 + 16 + 1} = \sqrt{26} \approx 5,1 \quad //$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (4)^2} = \sqrt{4 + 4 + 16} = \sqrt{24} \approx 4,9 \quad //$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos \theta$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{A \cdot B} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-6}{(5,1)(4,9)} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-6}{24,99} \right) = \cos^{-1}(-0,240) \approx 103,88^\circ \approx 104^\circ \quad ///$$

d) $(\vec{B} \times \vec{C}) \cdot \vec{A} = ?$ hesaplayınız. (10p)

$$\begin{aligned}\vec{B} \times \vec{C} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & 5 & -3 \end{vmatrix} = \hat{i}(6 - 20) - \hat{j}(-6 + 4) + \hat{k}(10 - 2) \\ &= -14\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k} \quad //\end{aligned}$$

$$(\vec{B} \times \vec{C}) \cdot \vec{A} = (-14\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k}) \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k})$$

$$= (-14) \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 8 \cdot (-1)$$

$$= -42 + 8 - 8 = -42$$

$$= -42 \quad ///$$

Soru 2: Bir top yerden h yüksekliğinden durgun halden düşmeye bırakıldığı anda, yukarı doğru başka bir top düşey olarak yerden v_{0i} ilk hız ile atılmaktadır. İki topun yerden $h/2$ yüksekliğinde karşılaşabilmeleri için geçen süreyi bulunuz ve yerden atılan topun v_{0i} ilk hızı ne olmalıdır? (Yol gösterme: yerçekim ivmesini g olarak alınız)

Cevap: Durgun durumdan serbest bırakılan topun yere göre konumu aşağıdaki $y_1(t)$ ifadesi ile belirlenir:

$$y_1(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1) \quad 5 \text{ p}$$

Düşey olarak yukarı yönlü atılan topun atıldığı yere göre konumu da $y_2(t)$ ifadesi ile verilir:

$$y_2(t) = v_{0i}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2) \quad 5 \text{ p}$$

Her iki top yerden $h/2$ kadar yükseklikte karşılaşabilmesi için geçen süreyi, (1) nolu eşitlikten;

$$h/2 = h - \frac{1}{2}gt^2 \text{ ifadesinden } t \text{ çekilirse;}$$

$$t = \sqrt{h/g} \quad (3) \quad 5 \text{ p}$$

İkinci topun bu t zamanında $h/2$ yüksekliğinde olabilmesi için;

$$\frac{h}{2} = v_{0i}t - \frac{1}{2}gt^2 =$$

$$\frac{h}{2} = v_{0i}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_{0i}\sqrt{h/g} - \frac{1}{2}g\left(\sqrt{h/g}\right)^2 \quad (4) \quad 5 \text{ p}$$

ifadesinden v_{0i} ifadesi çekilmesi durumunda;

$$v_{0i} = \sqrt{gh} \quad (5) \quad 5 \text{ p}$$

ifadesi elde edilir.

Soru 3: Bir top, 5 m yüksekliğindeki bir kule üzerinden yatayın üstünde 37° açı yapacak şekilde ve 25 m/s ilk hızla fırlatılıyor. Havanın direnci ihmal ediliyor. Yerçekimi ivmesi $g = 10 \text{ m/s}^2$ olarak alınsın. Buna göre:

a) Cismin havada kalma süresi ne kadardır? (10p)

$$v_{0x} = v_0 \cos 37 = 25(0,8) = 20 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin 37 = 25(0,6) = 15 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$y = h_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 0 \text{ (yer)} \Rightarrow 0 = 5 + 15t - 5t^2 \quad \left. \vphantom{0 = 5 + 15t - 5t^2} \right\} (3)$$

$$t^2 - 3t - 1 = 0$$

$$\left(x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) t = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4}}{2} \Rightarrow t \approx 3,3 \text{ s} \quad (3)$$

b) Cismin yere çarpma hızı (büyüklük olarak) nedir? (5p)

$$v_y = v_{0y} - g t = 15 - 10 \cdot (3,3) = -18 \text{ m/s} \quad (3)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + (-18)^2} = \sqrt{400 + 324} \approx 26,9 \text{ m/s} \quad (2)$$

c) Cismin yatayda aldığı mesafe (menzil) nedir? (5p)

$$R = v_{0x} \cdot t = 20(3,3) = 66 \text{ m} \quad (5)$$

d) Cisim yerden ne kadar yükseğe çıkar? (5p)

$$h_{\text{uçuş}} = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{(25)^2 (\sin 37)^2}{2 \cdot 10} = 11,25 \text{ m} \quad (3)$$

$$h_{\text{max}} = h_{\text{uçuş}} + h_{\text{kule}} = 11,25 + 5 = 16,25 \quad (2)$$

$$\text{2. yol: } v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g(h_{\text{max}} - h_0)$$

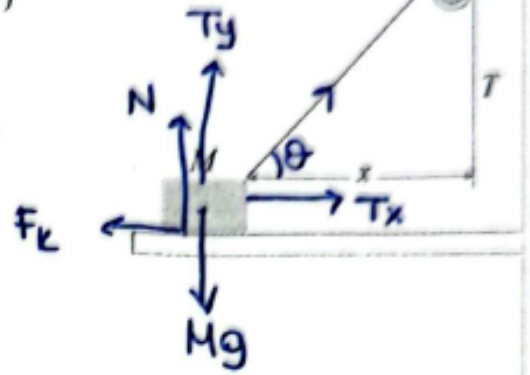
$$0 = 15^2 - 2 \cdot 10(h_{\text{max}} - 5)$$

$$h_{\text{max}} = 16,25$$

Soru 4: 2,2 kg kütleli blok, pürüzlü bir yüzeyde bir ip ile şekildeki gibi çekiliyor. İpteki T gerilmesi 10 N ve makara bloktan 10 cm yüksekte bulunuyor. Zeminin kinetik sürtünme katsayısı 0,4'dür. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

a) Sistemin serbest cisim diyagramını çizin. (5p)

(5)



$$L = \sqrt{x^2 + h^2}$$

$$L = \sqrt{(0,4)^2 + (0,1)^2}$$

$$L = 0,41 \text{ m} \quad (1)$$

b) $x = 0,4 \text{ m}$ iken bloğun ivmesini bulunuz. (10p)

$$T_x = T \cos \theta = 10 \frac{0,4}{0,41} \approx 9,71 \text{ N} \quad (1)$$

$$T_y = T \sin \theta$$

$$T_y = 10 \cdot \frac{0,1}{0,41} \approx 2,43 \text{ N} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + T \cos \theta = Mg \rightarrow N = Mg - T \sin \theta$$

$$N = mg - T_y \approx 19,57 \text{ N} \quad (3)$$

$$f_k = \mu_k N = 0,4 \cdot 19,57 = 7,83 \text{ N} \quad (2)$$

$$(\sum F_{\text{net}})_x = T \cos \theta - f_k = 9,71 - 7,83 = 1,88 \text{ N} \quad (2)$$

c) İvmenin sıfır olduğu x değerini bulunuz. (10p)

$$F_{\text{net}} = m \vec{a} \Rightarrow a \approx 0,86 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

$$a = 0 \Rightarrow T_x = F_x \quad (5)$$

$$T \cos \theta = \mu_k N = \mu_k (Mg - T \sin \theta)$$

$$T \frac{x}{\sqrt{x^2 + 0,01}} = 0,4 \left(22 - 10 \frac{h}{\sqrt{x^2 + 0,01}} \right)$$

(5)

$$\frac{10x}{\sqrt{x^2 + 0,01}} = 0,4 \left(22 - \frac{10 \cdot 0,1}{\sqrt{x^2 + 0,01}} \right) \Rightarrow x = 0,22 \text{ m}$$