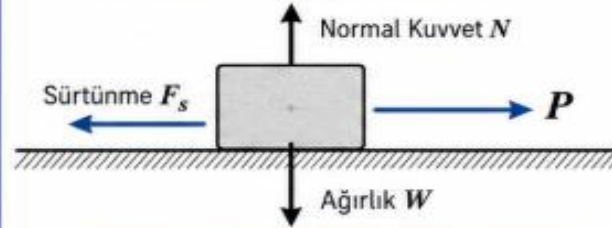


## STATİKTE SÜRTÜNME

### 1) TANIM

- Sürtünme, temas eden yüzeyler arasındaki görelî harekete veya hareket eğilimine karşı koyan kuvettir.
- Statikte sürtünme, cismin kaymasını engelleyerek dengeli sağlar.

### 2) TEMEL KUVVETLER



Sürtünme olası harekete zıt yöndedir.

### 3) STATİK SÜRTÜNME

$$0 \leq F_s \leq \mu_s N$$

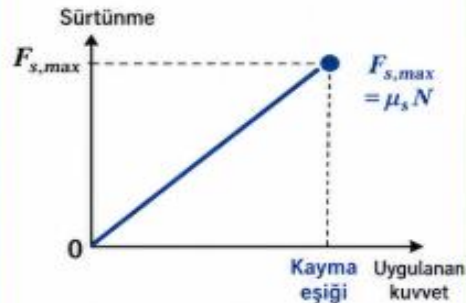
Sınır durumda:  $F_{s,max} = \mu_s N$

Cisim henüz kaymıyorsa sürtünme kuvveti gereken değeri alır; maksimum değeri  $\mu_s N$ 'dir.

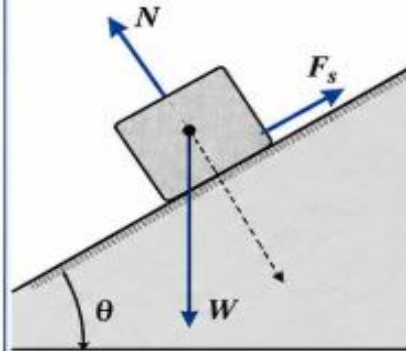
### 4) HAREKET BAŞLANGICI

#### Kayma eşiği

Uygulanan kuvvet arttıkça  $F_s$  artar, sınır değere ulaşıncaya hareket başlar.



### 5) EĞİMLİ DÜZLEM ÖRNEĞİ



- Eğim arttıkça kayma eğilimi artar.

- Denge için sürtünme, eğim boyunca kayma eğilimine karşı koyar.

### 6) SÜRTÜNME KATSAYISI

- $\mu_s$ : statik sürtünme katsayısı
- Yüzey cinsine bağlıdır.
- Birimsizdir.

Genellikle  $\mu_s > \mu_k$

### 7) MÜHENDİSLİKTE ÖNEMİ

- Civata ve bağlantılarda tutunma
- Frenleme ve kavrama sistemleri
- Makine elemanlarında denge ve güvenlik
- Taşıma ve istifleme problemleri



**Özet:** Statikte sürtünme, dengeli koruyan ve olası harekete karşı koyan temas kuvvetidir.

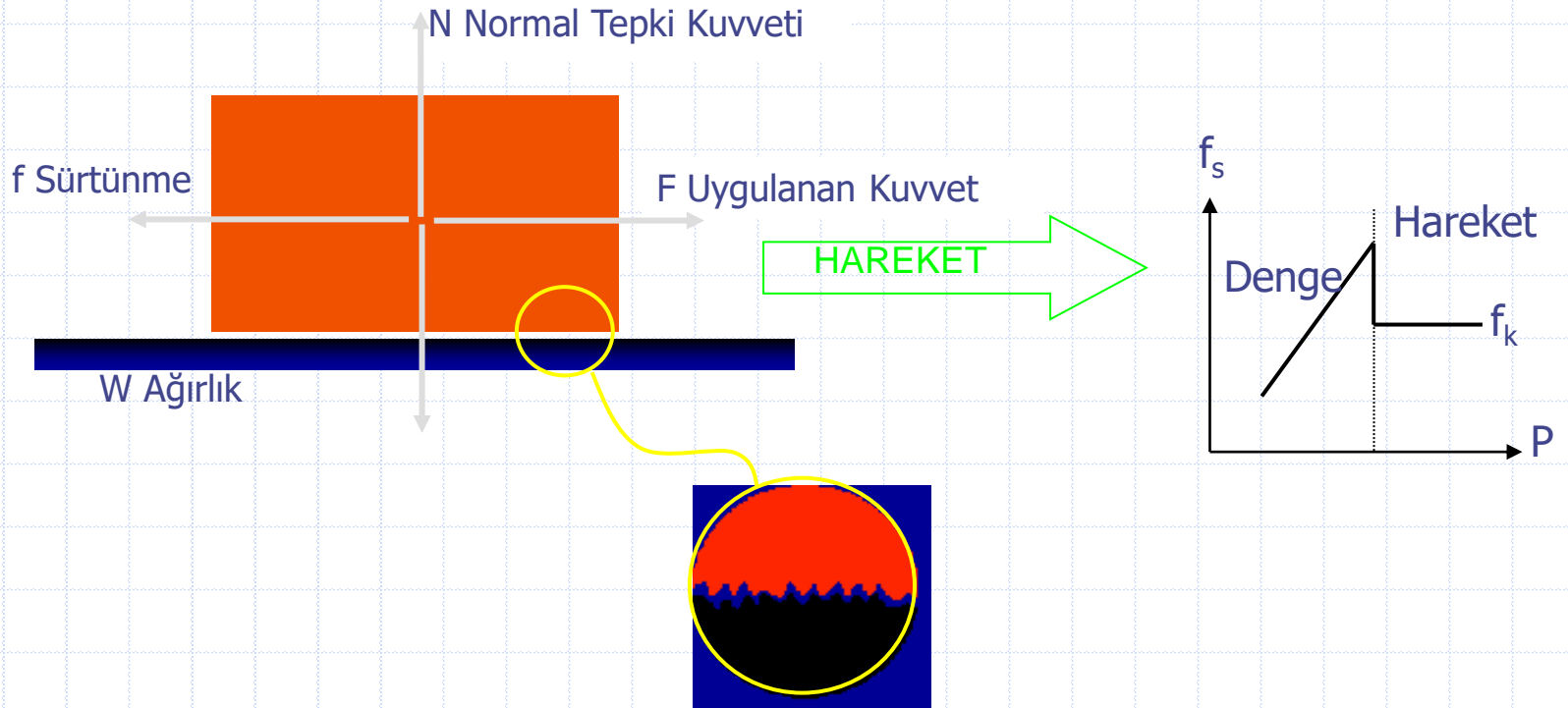
İki yüzey birbirleriyle temasta ise biri ötekine göre hareket etmek isteyince sürtünme kuvveti denen teğetsel kuvvetler ortaya çıkar. Bu kuvvetler şiddetçe sınırlıdır. Yeteri kadar kuvvetin etkimesi halinde harekete mani olamazlar.

İki tür sürtünme vardır.

1. Kuru Sürtünme ( Cloumb )
2. Sıvı Sürtünme ( Yağlanmış mekanizmaların incelenmesinde )

Biz kuru sürtünme ile uğraşacağız.

# Kuru Sürtünme ve Kanunları



Bir cismin diğer bir cisim üzerinde kaymaya başladığı ana kadar ki sürtünmeye **statik sürtünme** denir. Bu sürtünmenin tabiatı tam olarak bilinmemektedir. Bir cisim diğer bir cisim üzerinde hareket halindeyken söz konusu olan sürtünmeye **kinetik sürtünme** denir.

Aşağıdaki örnekleri bir düşünelim.

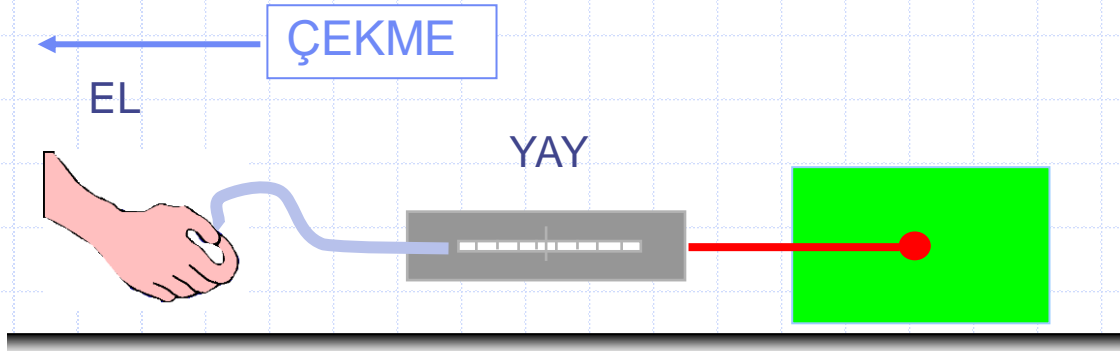


Hareketsiz halde duran bloğu hareket ettirmek için büyük bir kuvvete ihtiyaç vardır. Bu kuvvete **statik sürtünme** denir.



Blok harekete başladıktan sonra bloğu hareket halinde tutmak için küçük bir kuvvete ihtiyaç vardır. Bu kuvvete **kinetik sürtünme** denir.

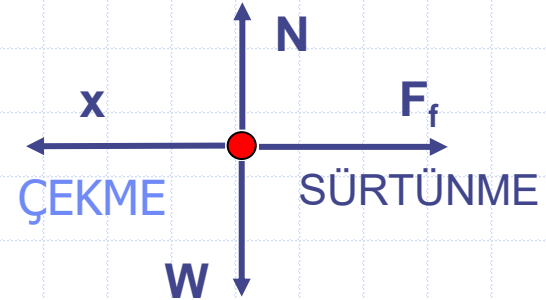
## $\mu_s$ 'nin ölçümü - Statik Sürtünme (Metod A)



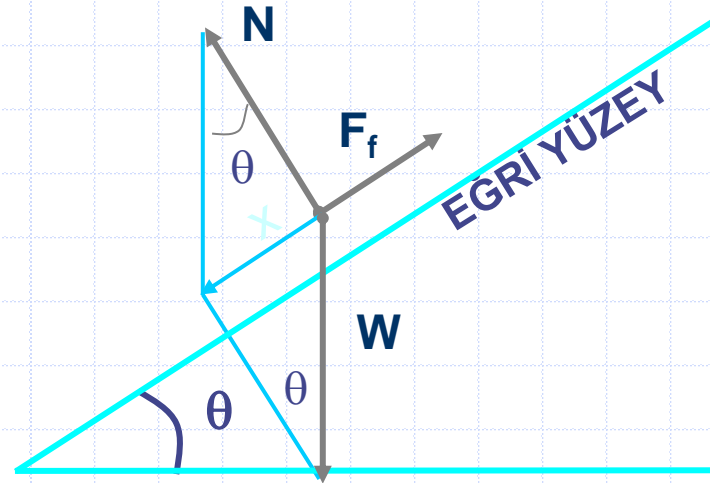
Kaymanın başladığı an:

$$X = F_f = \mu_s N = \mu_s W$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{X}{W}$$



## $\mu_s$ 'nin ölçümü - Statik Sürtünme (Metod B)



Kaymanın başladığı an:  $X = F_f$ ;  $F_f = \mu_s N$

$$\tan \theta = \frac{X}{N} = \frac{F_f}{N} = \frac{\mu_s N}{N} \Rightarrow \boxed{\tan \theta = \mu_s}$$

## Bazı cisimlerin statik sürtünme katsayıları şöyledir:

Maden ile maden	0,15 – 0,60 arası
Maden ile tahta	0,20 – 0,60 arası
Tahta ile maden	0,25 – 0,50 arası
Lastik ile beton	0,60 – 0,80 arası
Lastik ile buz	0,05 – 0,20 arası
Çelik ile buz	0,03
Lastik ile asfalt	0,80

**NOT:** Kinetik sürtünme katsayıları statik sürtünme katsayısının yaklaşık 0,75 ine eşittir.

# Sürtünme Kanunları

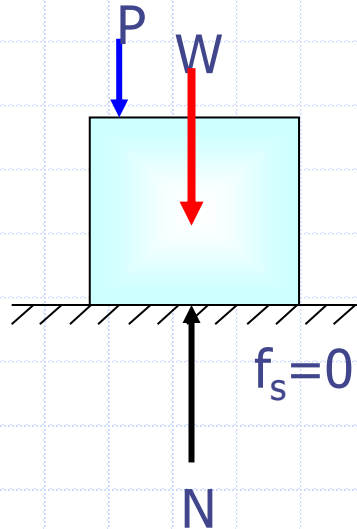
1. Sürtünme katsayısı normal kuvvetten bağımsızdır. Fakat sürtünme kuvveti normal kuvvetle doğru orantılıdır.

$$f = \mu N$$

2. Sürtünme katsayıları değerleri sadece yüzeylerin tabiatına bağlıdır. Dayanma, yüzeyinin biçim ve büyüklüğünden bağımsızdır.
3. Kinetik sürtünme katsayısı statik sürtünme katsayısından küçüktür.
4. Küçük hızlarda sürtünme hıza bağlı değildir. Fakat yüksek hızlarda sürtünme azalır.

Bir cisim yatay bir yüzeyle temasta ise dört farklı durum ortaya çıkar.  
Bunlar;

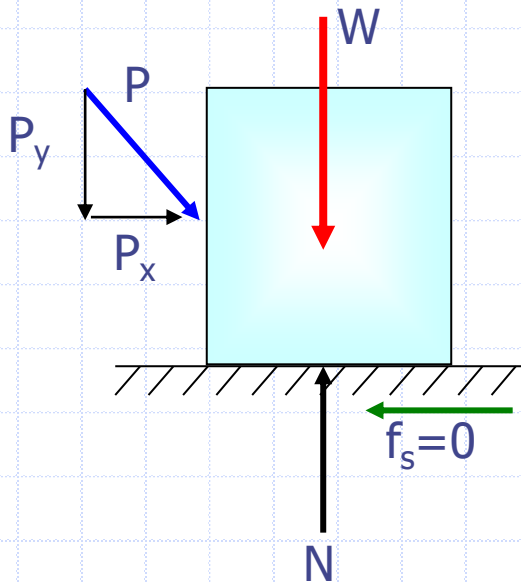
A. Cisme etkiyen kuvvet onu temas yüzeyi boyunca hareket etmeye zorlamaz. ( $f_s$ ) sürtünme kuvveti yoktur.



Sürtünme Yok. ( $P_x = 0$ )

$$N=P+W$$

B. Etkiyen kuvvetler, cismi temas yüzeyi boyunca harekete zorlar fakat hareket ettirecek kadar büyük değildir. Meydana gelen sürtünme kuvveti statik dengeden çözülebilir.  $f_s = \mu_s \cdot N$  kullanılamaz.



Hareket Yok.  $P_x < f_s$

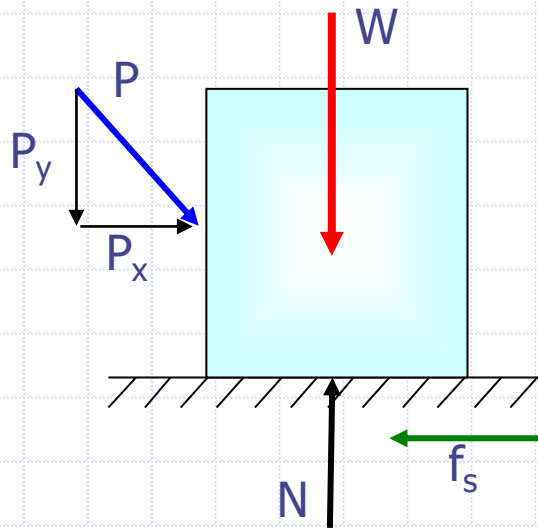
$$N = P_y + W$$

$$F_s = P_x$$

$$F < \mu_s \cdot N$$

C. Hareketin başlangıcı etkiyen dış kuvvetler sürtünme kuvvetinin max. ( $f_s$ ) değerine ulaşmıştır. Sürtünme kuvveti N normal kuvvetiyle beraber diğer kuvvetleri dengelemektedir.

$f_m = \mu_s \cdot N$  kullanılabilir.  $f_m$ , her zaman hareketin ters yönündedir.



Hareket Başlangıcı. ( $f_s = P_x$ )

$$N = P_y + W$$

$$f_m = P_x$$

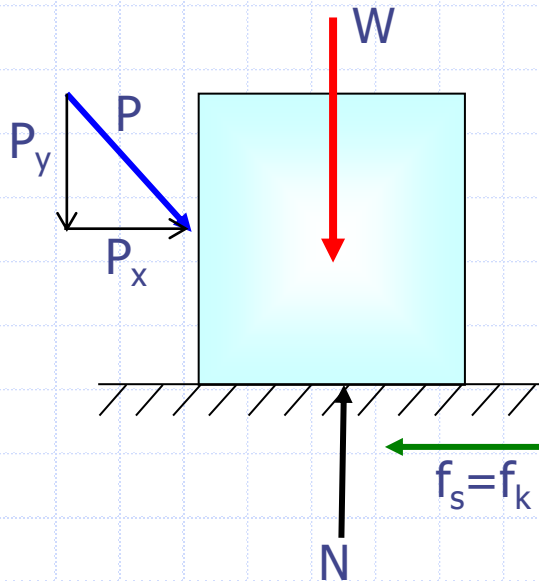
$$F_m = \mu \cdot N$$

D. Cisme etkiyen kuvvetler tesirinde kaymaktadır. Artık denge denklemleri uygulanmaz.

$$f_s = F_k$$

$F_k$ : Kinetik sürtünme kuvveti

$$f_k = \mu_k \cdot N$$



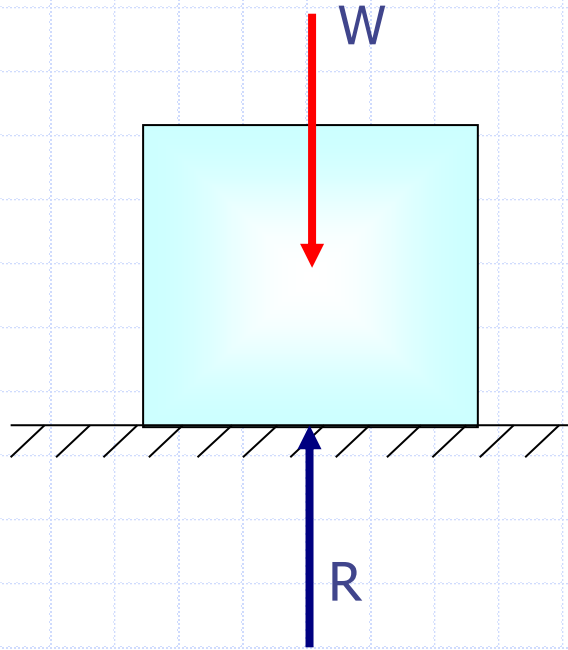
Hareket ( $P_x > F_m$ )

$$N = P_y + W$$

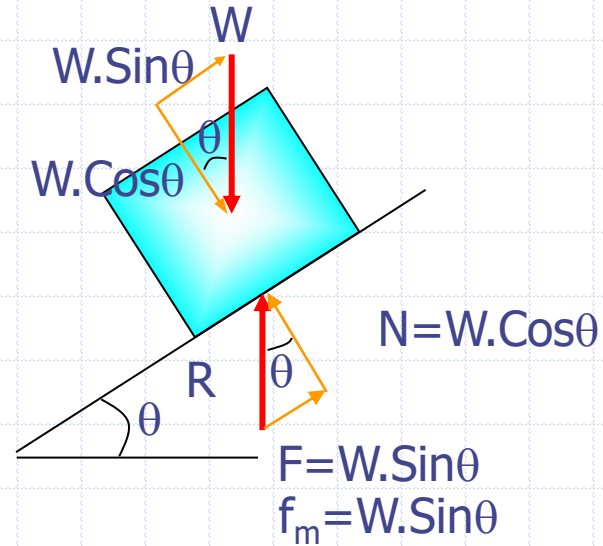
$$F_k = \mu_k \cdot N$$

# Sürtünme Katsayıları ve Sürtünme Açıları

a) Hareket yok

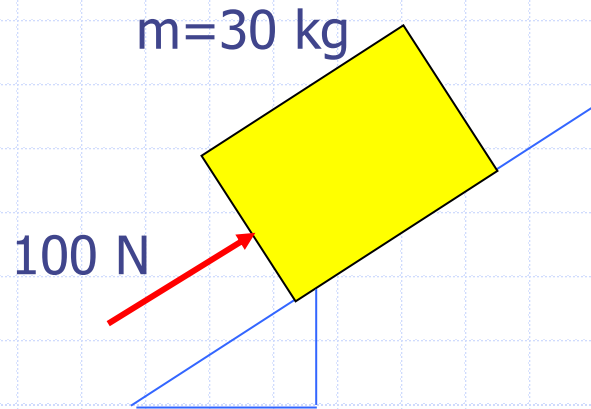


b) Hareket başlangıcı

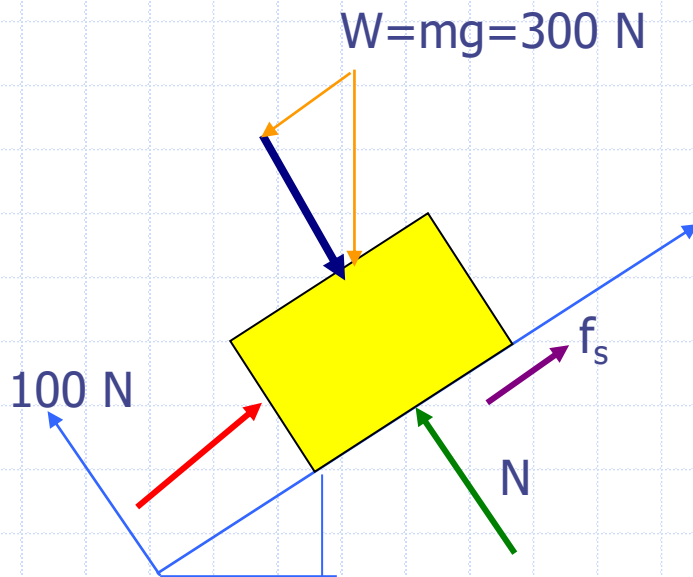


## Örnek

100 N'luk bir kuvvet, şekilde görüldüğü gibi eğik bir düzlem üzerine yerleştirilmiş 30 kg'lık bir blok üzerine etmektedir. Blok ve düzlem arasındaki sürtünme katsayıları  $\mu = 0,25$  ve  $\mu_k = 0,20$  dir. Bloğun dengede olup olmadığını ve sürtünme kuvvetinin değerini bulunuz.



# Çözüm



$$\sum F_x = 0$$

$$100 - \frac{3}{5} \cdot 300 + F_s = 0$$

$$F_s = 80 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N - \frac{4}{5} \cdot 300 = 0$$

$$N = 240 \text{ N}$$

## Çözüm

$$F_{\max} = \mu_s \cdot N = 0,25 \cdot 240 = 60 \text{ N}$$

80 > 60 denge sağlanmaz blok kayar ...

Sürtünme kuvvetinin gerçek değeri

$$F_g = \mu_k \cdot N = 0,20 \cdot 240 = 48 \text{ N}$$

Bloğa etki eden kuvvetler dengede olmadığından blok sola doğru kayar.

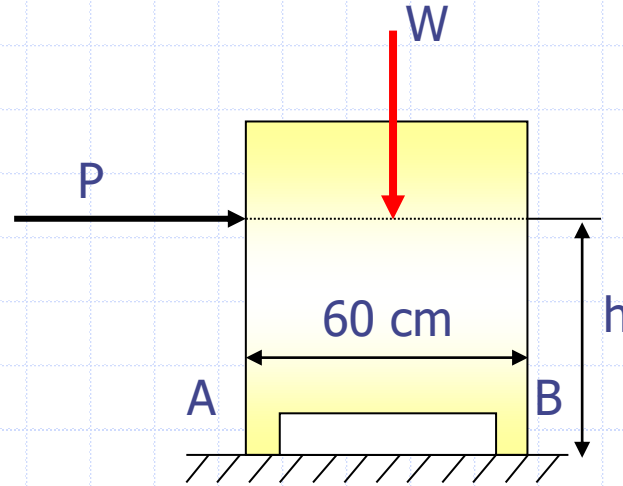
$$F_x = 0 \quad \frac{3}{5} \cdot 300 - 100 - 48 = 32 \text{ N}$$

## Örnek

Şekilde gösterilen  $m=120$  kg kütlesindeki dolabın ayakları ile döşeme arasındaki sürtünme katsayısı 0,25 tir.

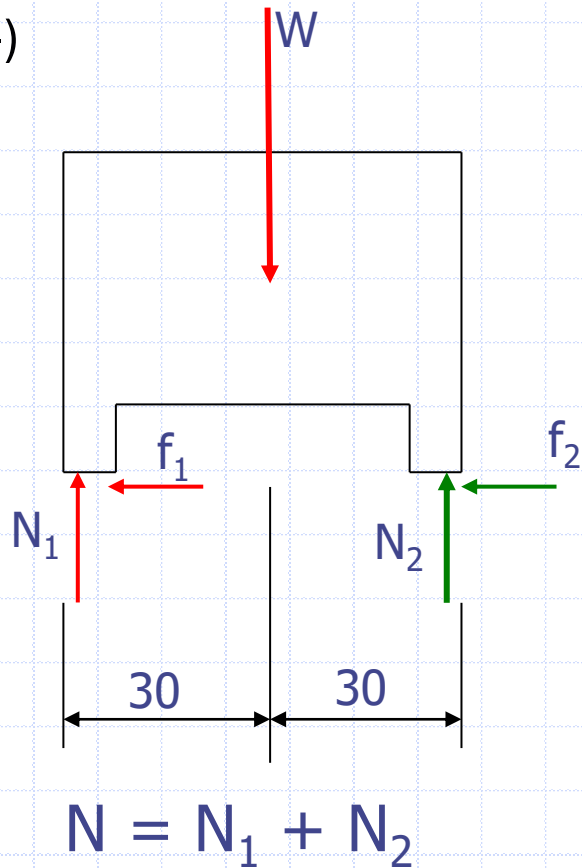
a-) Dolabı sağ tarafa doğru harekete başlatacak  $P$  kuvvetini bulunuz.

b-) Dolabın devrilmemesi için ( $h$ ) yüksekliği en fazla ne olabilir? Hesaplayınız.



# Çözüm

a-)



$$\Sigma F_x = 0$$

$$P - F_1 - F_2 = 0$$

$$P = F_1 + F_2$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N_1 + N_2 - W = 0$$

$$F_1 = \mu \cdot N_1$$

$$F_2 = \mu \cdot N_2$$

$$P = \mu \cdot N = \mu \cdot W$$

$$P = 0,25 \cdot 1200$$

$$P = 300 \text{ N}$$

b-)

Devrilme B noktası etrafında dolabın dönmesi ile meydana gelebilir.

$\Sigma M_B = 0$  olmalı.

$$\Sigma M_B = 0 \quad 30W - P.h = 0$$

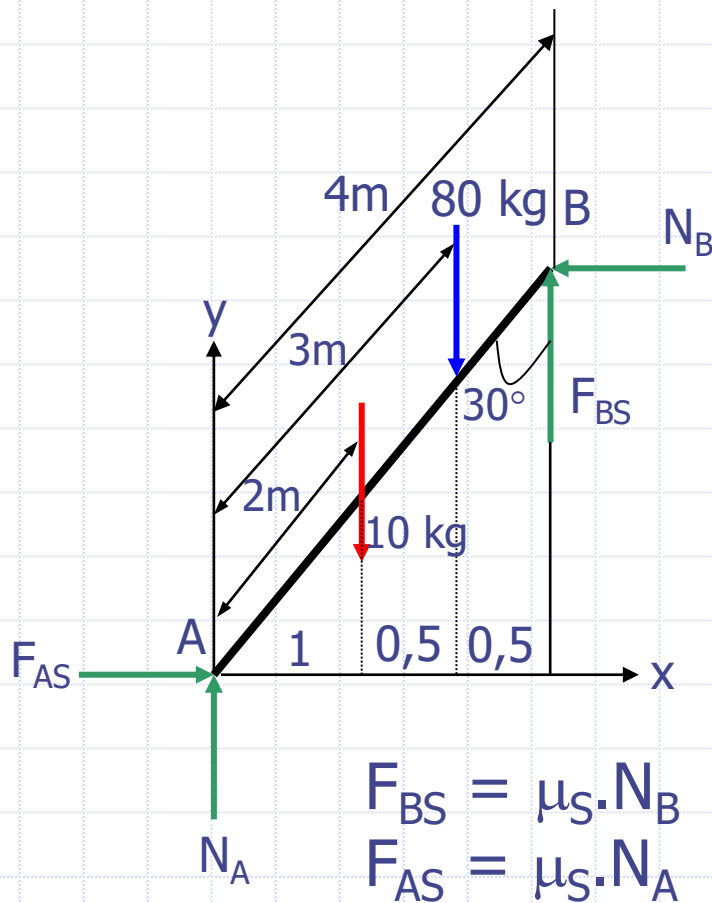
$$30.1200 - 300.h = 0$$

$$h = 120 \text{ cm}$$

## Örnek

4m uzunluğunda ve 10 kg kütlesinde bir merdiven şekilde görüldüğü gibi bir düşey duvara dayanmaktadır. 80 kg kütlesinde bir adam A alt ucundan 3m uzaklığındaki bir noktaya geldiğinde merdiven kaymaya başlamaktadır. Merdivenle duvar arasındaki  $\mu_s = 0,20$  olduğuna göre zeminle merdiven arasındaki  $\mu_s = ?$

# Çözüm



$$F_{BS} = \mu_s \cdot N_B$$
$$F_{AS} = \mu_s \cdot N_A$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$2.0,20 \cdot N_B + 3,48 \cdot N_B - 1.100 - 1,5.800 = 0$$

$$N_B = 33,5 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N_A + 0,20 \cdot N_B - 10 - 80 = 0$$

$$N_A = 83,3 \text{ N}$$

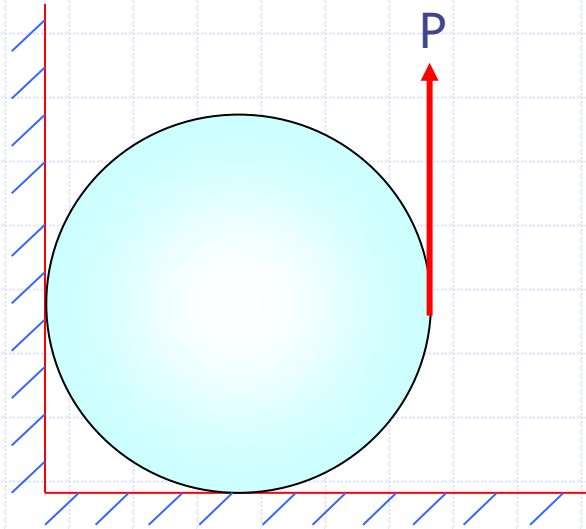
$$\Sigma F_x = 0$$

$$\mu_s \cdot N_A - N_B = 0$$

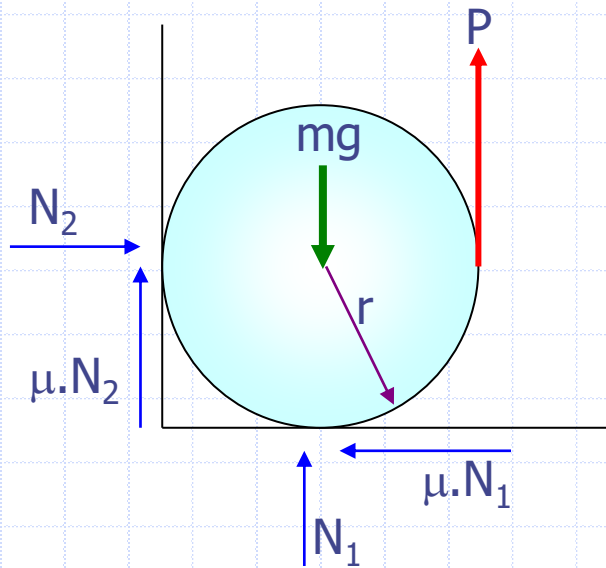
$$\mu_s = 0,40$$

## Örnek

Kütlesi  $m$  olan silindiri sürtünmeye karşı döndürmeye başlatacak  $P$  kuvvetini tayin ediniz. Sürtünme katsayısı  $\mu$  dür.



# Çözüm



$$\Sigma M_o = 0$$

$$\mu \cdot N_1 \cdot r + \mu \cdot N_2 \cdot r = P \cdot r$$

$$P = \mu \cdot (N_1 + N_2)$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$N_2 + \mu \cdot N_1 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N_1 + \mu \cdot N_2 + P - m \cdot g = 0$$

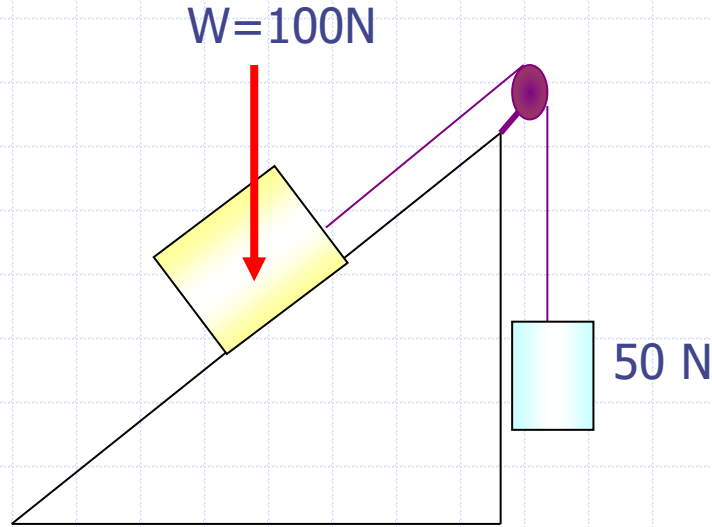
$$P = \mu \cdot N_1 (1 + \mu)$$

$$N_1 + \mu^2 \cdot N_1 + P = m \cdot g$$

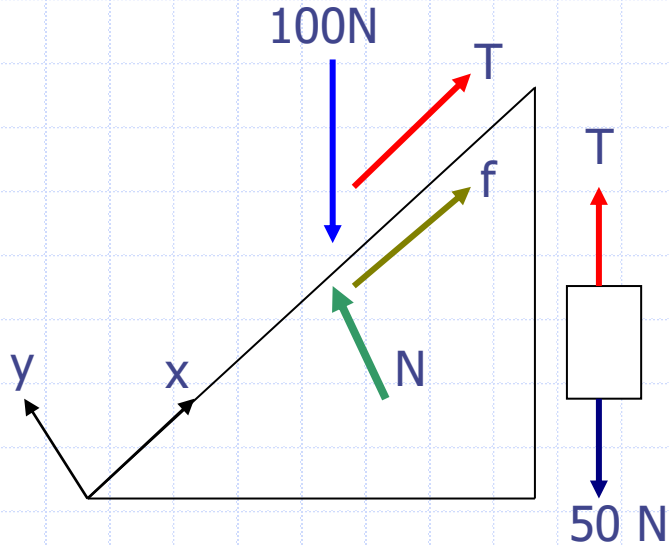
$$P = \left( \frac{\mu \cdot (1 + \mu)}{1 + \mu + 2\mu} \right) \cdot m \cdot g$$

## Örnek

Şekilde verilen sistemde cisim ile eğik düzlem arasında eğik düzlem katsayısı 0,2 dir. Eğik düzlem açısı  $\theta$  nın sistemin dengesinin korunması kaydıyla alabileceği değerleri hesaplayınız.



## Çözüm



$$\Sigma F_x = 0$$

$$T + f - W \cdot \sin\theta = 0$$

$$T + f = 100 \cdot \sin\theta \dots\dots (1)$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-W \cdot \cos\theta + N = 0$$

$$N = 100 \cdot \cos\theta \dots\dots (2)$$

$$f = \mu \cdot N = 0,2 \cdot N$$

$$f = 0,20 \cdot 100 \cdot \cos\theta \dots\dots (3)$$

$$T = 50 \text{ N}$$

Sistemin aşağı doğru hareketinde  $\theta$

Sistemin yukarı doğru hareketinde  $\theta$

T'yi (1) de yerine koyarsak

$$50 + 20.\cos\theta = 100.\sin\theta$$

$$\theta \leq 41^\circ$$

Şimdi de 100 N' luk yükün yukarı çekildiğini düşünelim.

$$50 - 20.\cos\theta = 100.\sin\theta$$

$$\theta \geq 18^\circ$$

$$18 \leq \theta \leq 41$$