

ALİŞTIRMALAR 1.3.1 :

$$1. A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 7 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \text{ ve}$$

$D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ise aşağıdaki matrisleri bulunuz. Tanımlı olmayan işlemleri belirtiniz:

(a) $A + B$ (b) $C + A$ (c) $2B - D$ (d) $B - 2C$.

$$2. -2 \begin{bmatrix} x & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 2 & y \\ z & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & t \end{bmatrix} \text{ ise } x, y, z, \text{ ve } t \text{ yi bulunuz.}$$

$$3. A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ olsun.}$$

$$xA + yB = C$$

ise \mathbb{Z}_5 de x ve y nin bütün değerlerini bulunuz.

$$4. A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \end{bmatrix} \text{ ve } C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \text{ olmak}$$

üzere aşağıdaki matrisleri bulunuz. Tanımlı olmayan işlemleri belirtiniz:

(a) AB (b) BA (c) AC (d) CA (e) BC (f) CB (g) $(AB)C$.

5. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ve $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ise olası bütün

üçlü çarpımları bulunuz.

6. Aşağıdaki ifadeleri en sade halde yazınız.

(a) $A[(2A - 5B) - 3A] + A(A - B)$,

(b) $(A + B)^2 - (A - B)^2$,

(c) $(A + B)^2 - A^2 - 2AB - B^2$,

(d) $(A + B)(A - B) - A^2 + B^2$.

7. Aşağıdaki ifadeler kare matrisler için verilmiştir. Herbir şık için verilen ifade doğru ise gösteriniz eğer yanlış ise bir örnek veriniz.

(a) $A^2 = I \Rightarrow A = I$ veya $A = -I$,

(b) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$,

(c) $B = A^2 - 5A + I \Rightarrow AB = BA$,

(d) $AB = O \Rightarrow BA = O$.

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ matrisleri için aşağıdaki matrisleri bulunuz.

(a) AB

(b) $B^T A^T$

(c) $AB - B^T A^T$

9. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ matrisleri için aşağıdaki matrisleri hesaplayınız.

(a) $AB - BA$

(b) $B^T A^T - A^T B^T$

(c) $(A - B)^T - (A + B)^T$.

10. $A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ise $A^2 - A + 3I$ ifadesini bulunuz.

11. $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ise A^6 matrisini hesaplayınız.

12. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$ ise $A^4 - I$ matrisini bulunuz.

13. $x^2 - 1 = 0$ eşitliğini sağlayan $\begin{bmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{bmatrix}$ biçimindeki bütün matrisleri bulunuz. Bu denklemin çözümlerinin sayısı nedir?

14. $A^2 - I = O$ eşitliğini sağlayan $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ biçimindeki bütün matrisleri bulunuz.

15. $AB = BA$ ise A matrisi B matrisi ile değişmelidir denir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ile değişmeli olan bütün 2×2 lik matrisleri bulunuz.

16. $x^2 + 1 = 0$ denkleminin $\mathbb{Z}_2^{2 \times 2}$ bütün çözümlerini bulunuz.

17. A satırlarını R_1, R_2, R_3 olan bir matris ve $B = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ olsun.

BA nın satırlarını R_1, R_2, R_3 cinsinden yazınız.

18. A sütunları K_1, K_2, K_3 olan bir matris ve $B = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ olsun.

AB nin sütunlarını K_1, K_2, K_3 cinsinden yazınız.

19. $\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & \bullet & 2 \\ \bullet & 4 & 1 & \bullet \\ \hline 3 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right]$ bölüntülü matrisinde her bir satır, sütun ve bölüntü

\mathbb{Z}_5 in sıfırdan farklı elemanlarından oluşuyor ise noktalı yerlere gelecek elemanları bulunuz.