

S1	S2	T

ELEKTROMANYETİK TEORİ:

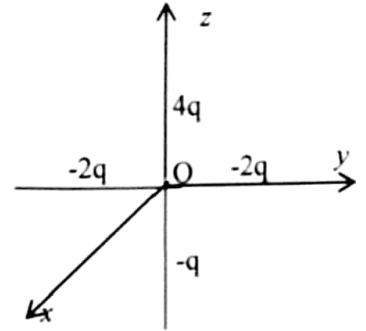
SORU 1)

(a) Orijinden uzaklıkları d olan dört yükün dağılımı şöyledir:

$-2q$ yükü $\vec{r} = d\hat{j}$ noktasında, $-2q$ yükü $\vec{r} = -d\hat{j}$ noktasında, $4q$ yükü $\vec{r} = d\hat{k}$ noktasında ve $-q$ yükü $\vec{r} = -d\hat{k}$ noktasındadır. Orijinden çok uzaklarda yaklaşık elektrik alanı bulunuz.

Not: Küresel koordinatlarda multipol açılımında ilk iki terimi tutun:

$V \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2} + \dots \right)$, burada Q toplam yük ve $\vec{p} = \sum q_i \vec{r}_i$ elektrik dipol momenttir.



(b) $V=0$ ve $\vec{A} = A_0 \sin(kx - \omega t)\hat{j}$ potansiyelleri veriliyor. $\vec{E}$ ve $\vec{B}$ alanlarını bulun ve boşlukta Maxwell denklemlerini sağladıklarını gösterin. Bunun için ω ve k hangi koşulu sağlamalıdır?

SORU 2)

(a) Merkezi orijinde olan ve xy-düzleminde bulunan R yarıçaplı çemberden geçen I akımı, $+z$ yönünden bakıldığında saat yönünün tersinedir.

i) Çemberin merkezinden z yükseklikte bir noktada magnetik alanın tam çözümünü bulun.

ii) Orijinden çok uzakta yaklaşık magnetik alan ne olur? z -ekseni üzerinde bir noktadaki yanıtınızın i) şikkında bulduğunuz tam sonuçla uyumlu olduğunu gösteriniz.

(b) $\vec{E} = E_0 \cos(ky - \omega t)\hat{i}$ şeklinde tanımlanan düzlem dalga verilmektedir. Bu dalganın boşlukta tüm Maxwell denklemlerini sağladığını gösterin ve buna eşlik eden manyetik alan ifadesini bulun.

EMT Soru 1

$$a) V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} + \dots \right)$$

$$Q = \sum_i q_i \Rightarrow -2q - 2q + 4q - q = -q$$

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \sum_i q_i \vec{r}_i = -2qd(-\hat{j}) - 2qd\hat{j} + 4qd\hat{k} - qd(-\hat{k}) \\ &= 5qd\hat{k} = 5qd\hat{z} \end{aligned}$$

$$\hat{z} = \cos\theta\hat{r} - \sin\theta\hat{\theta}$$

$$\begin{aligned} \vec{p} \cdot \vec{r} &= 5qd\hat{z} \cdot \vec{r} \\ &= 5qd\cos\theta \end{aligned}$$

$$V \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{q}{r} + \frac{5qd\cos\theta}{r^2} + \dots \right)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, \theta) &= -\vec{\nabla}V(r, \theta) = -\left[\frac{\partial V}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{\theta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{\phi} \right] \end{aligned}$$

$$\approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(-\frac{q}{r^2} + \frac{2 \cdot 5qd\cos\theta}{r^3} \right) \hat{r} - \frac{1}{r} \frac{5qd\sin\theta}{r^2} \hat{\theta} \right]$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}, \theta) \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{\hat{r}}{r^2} + \frac{5d}{r^3} (2\cos\theta\hat{r} - \sin\theta\hat{\theta}) \right]}$$

$$b) V=0, \vec{A} = A_0 \sin(kx - \omega t) \hat{j}$$

$$\text{Boslukta } \rho = 0 \text{ ve } \vec{J} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \text{boslukta Maxwell denklemleri}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = A_0 \omega \cos(kx - \omega t) \hat{j}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = A_0 \omega \cos(kx - \omega t) \hat{j}}$$

$$\begin{aligned} \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} &= \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{j} \\ &+ \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{k} = \frac{\partial A_y}{\partial x} \hat{k} \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{B} = A_0 k \cos(kx - \omega t) \hat{k}}$$

$$i) \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \quad \checkmark$$

$$ii) \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad \checkmark$$

$$iii) \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} \hat{k} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \Rightarrow A_0 \omega k \sin(kx - \omega t) \hat{k} = -A_0 k \omega \sin(kx - \omega t) \hat{k}$$

$$iv) \vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow A_0 k^2 \sin(kx - \omega t) \hat{j} = \epsilon_0 \mu_0 A_0 \omega^2 \sin(kx - \omega t) \hat{j}$$

$$k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow \boxed{\omega = kc}$$

EMT Soru 2

a)



$$R = \sqrt{z^2 + R^2}$$

$$\cos \theta = \frac{R}{R} = \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

$$i) \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{R}}{R^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \cos \theta}{R^2} \hat{z}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R d\theta}{(z^2 + R^2)} \frac{R}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \hat{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}_{\text{tot}} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z}}$$

ii) Çok kutup dağılımında

$$\vec{B}_{\text{mon}} = 0$$

$$\vec{B}_{\text{dip}} = \nabla \times \vec{A}_{\text{dip}}$$

$$\vec{A}_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{r^2} \oint r' \cos \theta' dl' = \mu_0 \frac{\vec{m} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$\vec{m} = I \vec{a}$$

$$= I \pi R^2 \hat{z} \Rightarrow \vec{A}_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 m \sin \theta}{4\pi r^2} \hat{\phi}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi r^3} I \pi R^2 (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}) \quad (\hat{z} = \cos \theta \hat{r} - \sin \theta \hat{\theta})$$

$$\vec{B} \approx \vec{B}_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4} \frac{I R^2}{r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta})$$

$$\text{çok uzaklarda } \vec{B} \approx \vec{B}_{\text{dip}}(\vec{r})$$

z eksenini üzerinde

$$z > 0 \text{ için } \theta = 0, \hat{r} = \hat{z}, r = z$$

$$\boxed{B_z \approx B_{\text{dip}} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I R^2}{z^3} \hat{z}}$$

uzağa doğru

$$\vec{B}_{\text{tot}} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$z \gg R$ için

$$\frac{1}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \approx \frac{1}{z^3}$$

$$\vec{B}_{\text{tot}} \approx \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{z^3} \hat{z}$$

b)

$$\vec{E} = E_0 \cos(ky - \omega t) \hat{z} \Rightarrow \vec{E} = E(y) \hat{z} \Rightarrow E_y = 0$$

$$E_z = 0$$

Boslukta Maxwell denklemleri;

$$i) \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

$$ii) \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times E_0 \cos(ky - \omega t) \hat{z} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$= \hat{k} E_0 k \sin(ky - \omega t) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{E_0 k}{\omega} \cos(ky - \omega t) \hat{i} \\ B &= \frac{E_0}{c} \cos(ky - \omega t) \hat{i} \end{aligned}}$$

$\frac{k}{\omega} = \frac{1}{c}$

$$iii) \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad \checkmark$$

$$iv) \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \left(\hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times \frac{E_0}{c} \cos(ky - \omega t) \hat{i}$$

$$= -\hat{j} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{E_0}{c} \cos(ky - \omega t) \right] + \hat{k} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{E_0}{c} \cos(ky - \omega t) \right]$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{E_0}{c} k \sin(ky - \omega t) \hat{k} \quad \left. \begin{aligned} & \frac{E_0 k}{c} \sin(ky - \omega t) = \frac{1}{c^2} E_0 \omega \sin(ky - \omega t) \\ & \frac{\partial E}{\partial t} = E_0 \omega \sin(ky - \omega t) \hat{k} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{c} = \frac{\omega}{c^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{k = \frac{\omega}{c}}$$

S1	S2	T

İSTATİSTİK MEKANİĞİ:

☐

SORU 1)

(a) İstatistiksel fizik ile termodinamik arasındaki ilişkiyi kısaca tanımlayınız.

(b) İstatistiksel fizikte neden topluluk (ensemble) formalizmine ihtiyaç duyulmuştur? Buna göre, istatistiksel fizikte tanımlı olan temel topluluklar hakkında bildiklerinizi yazınız.

☐

SORU 2)

Bir kristal, her birinin manyetik momenti $\pm\mu_B$ olan ($S = 1/2$ spinli) ve birbirleri ile etkileşmeyen N tane atomdan oluşmaktadır. Buna göre kristal B dış manyetik alanına yerleştirildiğinde, kristalin bölüşüm fonksiyonunu, serbest enerjisini ve manyetizasyonunu sıcaklığın ve dış alanın bir fonksiyonu olarak elde ediniz. Bu kristalin manyetik düzenini yorumlayınız.

S1	S2	T

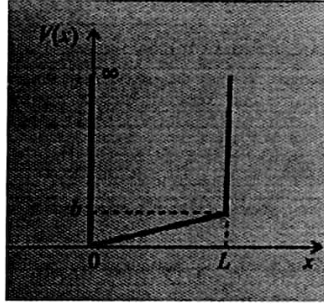
KUANTUM MEKANİĞİ:

SORU 1

(a) Bir boyutlu potansiyel kuyusu probleminde $-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}$ aralığında $V(x) = 0$ ve bunun dışında $V(x = \infty)$ alınır. Taban durumu dalga fonksiyonunun ($n = 1$ 'e karşılık gelen durum)

$\Psi(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \cos \frac{\pi x}{L}$ olduğunu gösteriniz. Taban durumu için $\Delta x \Delta p$ çarpımını bulunuz.

(b) $[0, L]$ aralığındaki sonsuz kuyu potansiyelinin tabanında ufak bir eğim $V(x) = \left(\frac{b}{L}\right) x$ olarak veriliyor (burada $b \ll L$). Enerji özdeğerindeki değişmeyi pertürbasyon yöntemiyle bulunuz.



Şekil 1: Sonsuz kuyu potansiyeli tabanındaki $V(x)$ değişimi.

Yol gösterme: Sonsuz kuyu potansiyelinde enerji özdeğeri $\epsilon_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2}$ ve özfonksiyonu

$$u_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \text{ olarak bulunur.}$$

SORU 2

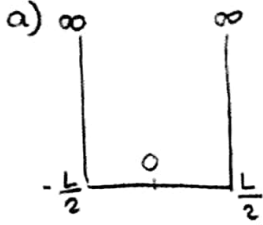
(a) Kinetik enerji işlemcisi $\hat{E} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}$ nin Hermitien olduğunu gösteriniz.

(b) Aşağıdaki bir boyutlu harmonik salıncığının taban durum enerjisini varyasyon ilkesini kullanarak hesaplayınız.

Yol gösterme: $H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ ve deneme dalga fonksiyonunu Gauss eğrisi olarak alınız, $\Psi(x) = A e^{-bx^2}$.

Kuantum Mekanik Cevaplar

1)



$$V(x) = \begin{cases} 0 & -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ \infty & -\frac{L}{2} > x > \frac{L}{2} \end{cases}$$

$-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}$ de çözüm $\Psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ veya $\Psi(x) = A\cos kx + B\sin kx$

Burada $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ dir. $x = -\frac{L}{2}$ için $\Psi(-\frac{L}{2}) = 0$ olmalıdır.

$\Psi(-\frac{L}{2}) = A\cos\frac{kL}{2} - B\sin\frac{kL}{2} = 0$ olur. Burada ya $A=0$ olmalı ya da $B=0$ olmalıdır.

$A=0$ için: $\Psi(-\frac{L}{2}) = -B\sin\frac{kL}{2}$, $\sin\frac{kL}{2} = 0$ olması için $\frac{kL}{2} = n\frac{\pi}{2}$

(n çift sayı olmalı), $\Psi(x) = B\sin(\frac{n\pi}{L}x)$ olur.

$B=0$ ise: $\Psi(-\frac{L}{2}) = A\cos\frac{kL}{2} = 0 \Rightarrow \frac{kL}{2} = \frac{n\pi}{2}$ (n tek olmalı).

n 'in çift ve tek olması hallerinin ikisinde de $\frac{kL}{2} = n\frac{\pi}{2}$ dir yani enerji eşittir.

$$\frac{k^2 L^2}{4} = n^2 \frac{\pi^2}{4} \Rightarrow \frac{2mE}{\hbar^2} L^2 = n^2 \pi^2 \Rightarrow E = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \text{ dir.}$$

Buna göre:

$$\Psi(x) = \begin{cases} A\cos\frac{n\pi}{L}x & n, \text{ tek sayı} \\ B\sin\frac{n\pi}{L}x & n, \text{ çift sayı} \end{cases}$$

Normalleştirme koşulundan:

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} |\Psi(x)|^2 dx = |A|^2 \int \cos^2 \frac{n\pi}{L} x dx = |A|^2 \int \frac{1 + \cos \frac{2n\pi}{L} x}{2} dx$$

$$= \frac{|A|^2}{2} \left[\left(x + \frac{L}{2n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} \right) \right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{A^2 L}{2} = 1 \Rightarrow A = \left(\frac{2}{L} \right)^{1/2} \text{ olur.}$$

Aynı şekilde B de $B = \left(\frac{2}{L} \right)^{1/2}$ olur.

Taban durumu $n=1$ 'e karşılık gelen dalga fonksiyonu:

$$\Psi_n(x) = \left(\frac{2}{L} \right)^{1/2} \cos \frac{\pi x}{L} \text{ dir.}$$

$$\langle x \rangle = \langle \Psi_{(x)} | x | \Psi_{(x)}^* \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \Psi_{(x)}^* \Psi_{(x)} dx$$

$$\langle x \rangle = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{2}{L} x \cos^2 \frac{\pi x}{L} dx = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x \cos^2 \frac{\pi x}{L} dx = 0$$

Tek fonksiyon olduğu için integrali sıfır

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \cos^2 \frac{\pi x}{L} dx = \frac{2}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \left(\frac{1 + \cos \frac{2\pi x}{L}}{2} \right) dx$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{L} \left\{ \frac{x^3}{3} \right\}_{-L/2}^{L/2} + \left(\int_{-L/2}^{L/2} x^2 \cos \frac{2\pi x}{L} dx \right)$$

bu integral için

$$x^2 = u \Rightarrow 2x dx = du, \quad dv = \cos \frac{2\pi x}{L} dx \Rightarrow v = \frac{L}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{L} \text{ yazarsak}$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{L^2}{4\pi^2} \left(\frac{\pi^2}{3} - 2 \right) \text{ buluruz.}$$

$$\Delta x = \left(\langle x^2 \rangle - \underbrace{\langle x \rangle^2}_0 \right)^{1/2} = \frac{L}{2\pi} \left(\frac{\pi^2}{3} - 2 \right)^{1/2} \text{ olur.}$$

$$\Delta p = (\underbrace{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}_0)^{1/2} = -\hbar^2 \int_0^L \cos \frac{\pi x}{L} \frac{d^2}{dx^2} \cos \frac{\pi x}{L} dx$$

$$= -\frac{2\hbar^2}{L} \int_0^L \cos \frac{\pi x}{L} \left(-\frac{\pi^2}{L^2} \right) \cos \frac{\pi x}{L} dx$$

$$\langle p^2 \rangle = \frac{2\pi^2\hbar^2}{L^3} \int_0^L \cos^2 \frac{\pi x}{L} dx = \frac{\pi^2\hbar^2}{L^2} \Rightarrow \Delta p = \frac{\pi\hbar}{L}$$

$$\Delta x \Delta p = \frac{L}{2\pi} \left(\frac{\pi^2 - 6}{3} \right)^{1/2} \cdot \frac{\pi\hbar}{L} = \frac{\pi\hbar}{2\pi} \left(\frac{\pi^2 - 6}{3} \right)^{1/2} \geq \frac{\hbar}{2}$$

Böylece $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ olduğu sağlanmış olur.

Cevap 1

b) Sonsuz kuyu potansiyetini V_0 ile gösterirsek

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V_0 \quad \text{hamiltonyeninin çözümleri} \quad E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2}$$

$$\text{ve } \Psi_n = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \sin \frac{n\pi x}{L} \text{ dir.}$$

$V(x)$ pertürbasyon teriminin enerji özdeğerlerine 1. dereceden katkısı

$$\begin{aligned} E_n^{(1)} &= (\Psi_n, V\Psi_n) = \int_0^L dx \Psi_n^*(x) V(x) \Psi_n(x) = \frac{b}{L} \int_0^L dx x |\Psi_n(x)|^2 \\ &= \frac{b}{L} \frac{2}{L} \int_0^L dx x \sin^2 \frac{n\pi x}{L} = 2b \underbrace{\int_0^1 du u \sin^2 n\pi u}_{1/4} = \frac{b}{2} \end{aligned}$$

Enerji özdeğerlerinin 1. dereceden yaklaşık çözümü

$$E_n = E_n + V_{nn} = \frac{\hbar^2 n^2}{2mL^2} + \frac{b}{2} \text{ olur.}$$

Cevap 2

a)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \frac{d^2}{dx^2} \psi dx = -\frac{\hbar^2}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 \psi^*}{dx^2} \psi dx \quad \text{ise hermitiktir.}$$

Birinci tarafın integralini alalım. $\psi^* = u \Rightarrow du = \frac{d\psi^*}{dx} dx$ olur

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} dx = dv \Rightarrow v = \frac{d\psi}{dx} \quad \text{olur.}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u dv = uv \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} v du \quad \text{kısmi integrasyon ile}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \frac{d^2 \psi}{dx^2} dx = \underbrace{\psi^* \frac{d\psi}{dx} \Big|_{-\infty}^{\infty}}_{\substack{\text{dalga fonksiyonu} \\ -\infty, +\infty \text{ da} \\ \text{sıfır olur}}} - \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi}{dx} \frac{d\psi^*}{dx} dx}_{\substack{\text{burada tekrar} \\ \text{kısmi integrasyon}}}$$

$$\frac{d\psi^*}{dx} = u \Rightarrow du = \frac{d\psi^*}{dx} dx \quad v = \psi \Rightarrow dv = \frac{d\psi}{dx} dx \quad \text{olur.}$$

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\psi}{dx} \frac{d\psi^*}{dx} dx = -\left[\underbrace{\psi \frac{d\psi^*}{dx} \Big|_{-\infty}^{\infty}}_0 - \int_{-\infty}^{\infty} \psi \frac{d^2 \psi^*}{dx^2} dx \right]$$

integral başına $-\frac{\hbar^2}{2m}$ yi tekrar koyalım

$$= -\frac{\hbar^2}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 \psi^*}{dx^2} \psi dx \quad \text{olur.}$$

Buna göre $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}$ işlemcisi hermitiktir.

Cevap 2

b) Normlama koşulundan A yı belirleyelim.

$$1 = |A|^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2bx^2} dx = |A|^2 \sqrt{\frac{\pi}{2b}} \Rightarrow A = \left(\frac{2b}{\pi}\right)^{1/4}$$

$$\langle H \rangle = \langle T \rangle + \langle V \rangle \text{ olduğu için}$$

$$\langle T \rangle = -\frac{\hbar^2}{2m} |A|^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-bx^2} \frac{d^2}{dx^2} (e^{-bx^2}) dx = \frac{\hbar^2 b}{2m}$$

$$\langle V \rangle = \frac{1}{2} m \omega^2 |A|^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2bx^2} x^2 dx = \frac{m \omega^2}{8b} \text{ elde edilir}$$

$$\langle H \rangle = \frac{\hbar^2 b}{2m} + \frac{m \omega^2}{8b} \text{ olur.}$$

Varyasyon ilkesi gereği E_0 (taban durum enerjisi) bulmak için

$\langle H \rangle$ nin b 'ye göre en düşük değerini bulmalıyız.

$$\frac{d}{db} \langle H \rangle = \frac{\hbar^2}{2m} - \frac{m \omega^2}{8b^2} = 0 \Rightarrow b = \frac{m \omega}{2\hbar} \text{ olur.}$$

Bu değeri $\langle H \rangle$ de yerine koyarsak

$$\langle H \rangle = \frac{1}{2} \hbar \omega \text{ olur.}$$

S1	S2	T

KLASİK MEKANİK:

☐ SORU 1)

(a)-Sabit kütleli tek bir parçacığın kinetik enerjisi T olmak üzere hareket denkleminin

$$\frac{dT}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

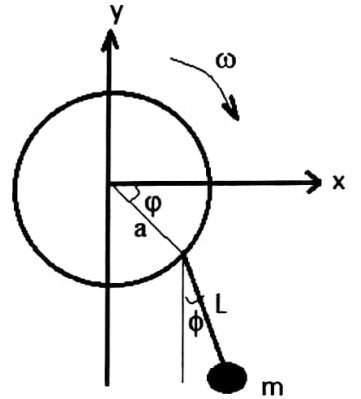
ile verildiğini gösteriniz.

(b)- Eğer kütle zamanla değişiyorsa; $\frac{d(mT)}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{P}$ ile verildiğini gösteriniz.

☐ SORU 2

(a)- Şekilde verilen destek noktası, saat yönünde sabit ω açısal frekansı ile dönen düşey kütsüz bir çember üzerinde tutturulmuş m kütleli basit bir sarkacın Lagrange fonksiyonunu yazarak, hareket denklemini bulunuz ve küçük titreşimler için denklemini en basit hale indirgeyiniz.

(b)- Denklemin $\omega = 0$ ise küçük titreşimler için bir ucu sabit basit sarkaç formuna indirgendiğini gösteriniz.



Klasik Mekanik Cevaplar

Soru 1

a) Newton'un II. yasasından

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$$

ve eğer $m = \text{sabit} \Rightarrow \vec{F} = m\dot{\vec{v}}$ her iki tarafı v ile çarpalım;

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = m\dot{\vec{v}} \cdot \vec{v} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)$$

$$\boxed{\vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{dT}{dt}}$$

b) $m \neq \text{sabit} \Rightarrow \vec{F} = \dot{\vec{p}}$ denklemini $\vec{p}$ ile skaler çarpılsa;

$$\begin{aligned} \vec{F} \cdot \vec{p} &= \dot{\vec{p}} \cdot \vec{p} = p \frac{dp}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} p^2 \right) = \frac{1}{2} \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m^2 v^2 \right) \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{F} \cdot \vec{p} = \frac{d}{dt} (mT)} \text{ elde edilir.}$$

Soru 2

Sarkacın, ω açısal frekansı ile dönen çemberin üzerinde tutturulduğu noktanın koordinatı,
 $(a \cos \omega t, -a \sin \omega t)$

m kütlelerinin koordinatı $\Rightarrow$

$$x = a \cos \omega t + l \sin \phi \rightarrow \dot{x} = -a \omega \sin \omega t + l \dot{\phi} \cos \phi$$

$$y = -a \sin \omega t - l \cos \phi \rightarrow \dot{y} = -a \omega \cos \omega t + l \dot{\phi} \sin \phi$$

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = \frac{1}{2} m \left[a^2 \omega^2 + l^2 \dot{\phi}^2 - 2 a l \omega \dot{\phi} \sin(\omega t + \phi) \right]$$

$$T = \frac{1}{2} m \left[a^2 \omega^2 + l^2 \dot{\phi}^2 + 2 a l \omega \frac{d}{dt} \cos(\omega t + \phi) + 2 a l \omega^2 \sin(\omega t + \phi) \right]$$

$$V = -m g l \cos \phi - m g a \sin \omega t$$

$$L = T - V = \frac{1}{2} m \left[l^2 \dot{\phi}^2 + 2 a l \omega^2 \sin(\omega t + \phi) \right] + m g l \cos \phi$$

Bu ifadede zamana göre tam türev, zamana bağlı ve sabit terimler problemin doğasını etkilemediği için ihmal edilmektedir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = \frac{d}{dt} (m l^2 \dot{\phi}) - m a l \omega^2 \cos(\omega t + \phi) + m g l \sin \phi = 0$$

$$\phi'' - \frac{g}{l} \omega^2 \cos(\omega t + \phi) + \frac{g}{l} \sin \phi = 0$$

veya

$$\phi'' - \frac{g}{l} \omega^2 (\underbrace{\cos \phi \cos \omega t + \sin \phi \sin \omega t}_{\downarrow}) + \frac{g}{l} \sin \phi = 0$$

$$\phi \ll 1 \Rightarrow \sin \phi \approx \phi \quad \text{ve} \quad \cos \phi \approx 1 \Rightarrow$$

Klasik Mekanik 2023 Güz Doktora Yeterlilik Sorusu

Soru 1) a- Sabit kütleli tek bir parçacığın kinetik enerjisi T olmak üzere hareket denkleminin

$$\frac{dT}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

İle verildiğini gösteriniz.

b- Eğer kütle zamanla değişiyorsa; $\frac{d(mT)}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{P}$ ile verildiğini gösteriniz.

Soru 2) Düzlemde iki nokta arasındaki en kısa yolun doğru olduğunu gösteriniz.

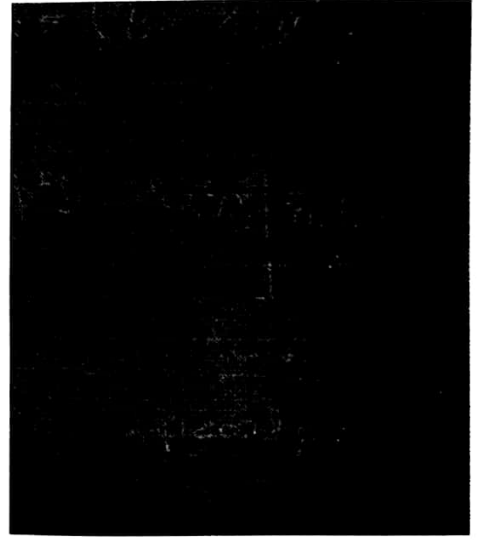
Soru 3) a- Şekilde verilen destek noktası, saat yönünde sabit ω açısal frekansı ile dönen düşey kütesiz bir çember üzerinde tutturulmuş m kütleli basit bir sarkacın Lagrange hareket denklemini bulunuz ve küçük titreşimler için denklemini en basit hale indirgeyiniz.

b- Denklemin $\omega = 0$ ise küçük titreşimler için bir ucu sabit basit sarkaç formuna indirgendiğini gösteriniz.

→ SORU 2 devamı

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}} \rightarrow y = \int \frac{a}{\sqrt{1-a^2}} dx$$

↓
b gibi bir sb t



$y = bx + c$

 "Doğru Denklemi"



$$\phi'' - \frac{a\omega^2}{l} (\cos\omega t - \phi \sin\omega t) + \frac{g}{l} \phi = 0$$

$$\phi'' + \left(\frac{a\omega^2}{l} \sin\omega t + \frac{g}{l} \right) \phi = \frac{a\omega^2}{l} \cos\omega t$$

homogen olmayan zamanla değişen katsayılar lineer dif. denklemleri.

b) $\omega = 0 \Rightarrow \phi'' + \left(\frac{g}{l} \right) \phi = 0$

formuna dönüşür. Bu da BH' Osilatör Denklemdir.

S1	S2	T

SEÇMELİ:

☐ **SORU 1)**

Katılarda enerji bantlarının nasıl oluştuğunu izah ediniz. Metal, Yarıiletken ve yalıtkanlarda bant yapılarının şematik şeklini çizerek izah ediniz.

☐ **SORU 2)**

Yarıiletkenlerde soğurma olayını açıklayınız. Soğurma yöntemi kullanılarak band yapısı karakterizasyonu nasıl yaparsınız, açıklayınız.

T. C.
PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ
FEN FAKÜLTESİ
FİZİK ANABİLİM DALI
2023-2024 GÜZ DÖNEMİ
DOKTORA YETERLİLİK SINAV SORULARI

21.12.2023

ÖĞRENCİNİN
ADI SOYADI :

NO :

İMZA :

SÜRE :

EMT		İSTATİSTİK MEKANİK		KUANTUM MEKANİĞİ		KLASİK MEKANİK		SEÇMELİ		T
S1	S2	S1	S2	S1	S2	S1	S2	S1	S2	

SINAV JÜRİSİ ADI-SOYADI	TARİH	İMZA

NOT: HER DERS İÇİN İKİ SORU BULUNMAKTADIR. HER DERS İÇİN, CEVAP VERDİĞİNİZ SORUYU İŞARETLEYEREK, SORULARDAN YALNIZCA BİRİNİ CEVAPLANDIRINIZ.