PAÜ FEN FAKÜLTESİ FİZİK BÖLÜMÜ
FIZ 343 KUANTUM FİZİĞİNE GİRİŞ DERSİ
2025-2026 BAHAR DÖNEMİ ARA SINAVI SORULARI

(CEVAP ANAHTARI)

S1	S2	S3	S4	BONUS	T

Adı-Soyadı: ....

Öğrenci No: ....
İmza:

NOT: Cep telefonu kullanılması yasaktır. Hesap makinesi kullanabilirsiniz. SÜRE: 110 dakika
30.03.2026

Soru 1 (25 P): Dalgaboyları $\lambda_1 = 80$ nm ve $\lambda_2 = 110$ nm olan iki morötesi (UV) ışın demeti bir kurşun yüzeyine düştüğünde, sırasıyla $K_1 = 11,390$ eV ve $K_2 = 7,154$ eV maksimum enerjili fotoelektronlar üretmektedir. ($1\,eV = 1,6\times10^{-19}$ J ve $c = 3\times10^{8}$ m/s)

a) Plank sabitinin sayısal değerini tahmin ediniz.

$\lambda_1 = 80$ nm $\quad K_1 = 11,390$ eV
$\lambda_2 = 110$ nm $\quad K_2 = 7,154$ eV

$$K = h\nu - W = \frac{hc}{\lambda} - W$$

$$\left.\begin{array}{l} K_1 = \dfrac{hc}{\lambda_1} - W \\ K_2 = \dfrac{hc}{\lambda_2} - W \end{array}\right\} \Rightarrow K_1 - K_2 = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = hc\,\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}$$

$$h = \frac{K_1 - K_2}{c}\,\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$h = \frac{(11,390 - 7,154)(1,6\times10^{-19})}{3\times10^{8}} \cdot \frac{(80.10^{-9})(110\times10^{-9})}{(110-80)\times10^{-9}}$$

$$h \simeq 6,627\times10^{-34}\ \text{Js}$$

$$\boxed{h = 6,627\times10^{-34}\ \text{Js}}$$

b) Kurşunun iş fonksiyonunu ve eşik dalga boyunu bulunuz.

$$W = \frac{hc}{\lambda_1} - K_1 = \frac{6,627\times10^{-34}}{80\cdot10^{-9}}\,3\times10^{8} - 11,390\times1,6\times10^{-19}$$

$$= 6,627\times10^{-19}\ \text{J} = 4,14\ \text{eV}$$

$$W = h\nu_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{6,627\times10^{-19}}{6,627\times10^{-34}} = 10^{15}\ \text{Hz}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3\times10^{8}}{10^{15}} = 3\times10^{-7}\ \text{m} = 300\ \text{nm}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} W = 4,14\ \text{eV} \\ \lambda_0 = 300\ \text{nm} \end{array}}$$

Soru 2 (25 P):

a) Derin suda oluşan dalgaların faz hızı $v_f = \frac{sabit}{\sqrt{\lambda}}$ bağıntısıyla belirlenmiştir. Suda oluşan dalga paketinin grup hızı ifadesini bulun.

$$v_g = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda} \; ; \quad v_f = \frac{c}{\lambda^{1/2}} \; , \quad \frac{dv_f}{d\lambda} = -\frac{c}{2} \lambda^{-3/2}$$

$$\Rightarrow v_g = \frac{c}{\lambda^{1/2}} - \lambda \left(-\frac{c}{2} \lambda^{-1/2} \right) = \frac{3}{2} c \lambda^{-1/2} = \frac{3}{2} \frac{c}{\sqrt{\lambda}} = \frac{3}{2} v_f$$

veya

$$v_f = \frac{c}{\sqrt{\frac{2\pi}{k}}} = c\sqrt{\frac{k}{2\pi}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} k^{1/2}$$

$$v_f = \frac{w}{k} \Rightarrow w = k v_f = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} k^{3/2}$$

$$v_g = \frac{dw}{dk} = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \frac{3}{2} k^{1/2} = \frac{3}{2} v_f$$

$$\boxed{v_g = \frac{3}{2} v_f} = \frac{3}{2} \frac{c}{\sqrt{\lambda}}$$

b) Genlik dağılımı $\phi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-b|k|}$ olan dalga fonksiyonunun $\psi(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2+b^2}$ olduğunu gösteriniz.

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(k) e^{ikx} dk$$

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-b|k|} e^{ikx} dk = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{0} e^{bk} e^{ikx} dk + \int_{0}^{\infty} e^{-bk} e^{ikx} dk \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{0} e^{(b+ix)k} dk + \int_{0}^{\infty} e^{-(b-ix)k} dk \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[\left(\frac{e^{(b+ix)k}}{b+ix} \right) \Bigg|_{-\infty}^{0} + \left(\frac{e^{-(b-ix)k}}{-(b-ix)} \right) \Bigg|_{0}^{\infty} \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{b+ix} + \frac{1}{b-ix} \right] = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{b-\cancel{ix} + b+\cancel{ix}}{b^2 - (ix)^2} \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{2b}{b^2+x^2} = \frac{1}{\pi} \frac{b}{b^2+x^2}$$

Soru 3 (25 P): Üç orthonormal vektör $|\phi_1\rangle$, $|\phi_2\rangle$ ve $|\phi_3\rangle$ cinsinden aşağıdaki $|\psi\rangle$ durumunu ele alınız.:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{15}}|\phi_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|\phi_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{5}}|\phi_3\rangle$$

Burada, $|\phi_n\rangle$ vektörleri, n=1,2,3 için $\hat{B}|\phi_n\rangle = (3n^2 - 1)|\phi_n\rangle$ özelliğini sağlayan bir $\hat{B}$ operatörünün öz vektörleridir.

a) $|\psi\rangle$ durumunun normunu bulunuz.

$\langle \phi_i | \phi_j \rangle = \delta_{ij}$ ortonormaldir

$\langle \psi | \psi \rangle = N^2$

$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{15}}|\phi_1\rangle + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}|\phi_2\rangle + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}}|\phi_3\rangle \Rightarrow \langle \psi | \psi \rangle = \frac{1}{15} + \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{9}{15} = N^2$

$\Rightarrow N = \sqrt{\frac{9}{15}} = \frac{3}{\sqrt{15}}$

$\Rightarrow |\psi\rangle' = \frac{1}{N}|\psi\rangle = \sqrt{\frac{15}{9}}|\psi\rangle$

$= \sqrt{\frac{15}{9}}\left(\frac{1}{\sqrt{15}}|\phi_1\rangle + \sqrt{\frac{5}{15}}|\phi_2\rangle + \sqrt{\frac{3}{15}}|\phi_3\rangle\right)$

$= \frac{1}{3}|\phi_1\rangle + \frac{\sqrt{5}}{3}|\phi_2\rangle + \frac{\sqrt{3}}{3}|\phi_3\rangle$

$\boxed{|\psi\rangle' = \frac{1}{3}|\phi_1\rangle + \frac{\sqrt{5}}{3}|\phi_2\rangle + \frac{\sqrt{3}}{3}|\phi_3\rangle}$

b) Sistemin n=1 durumunda ($|\phi_1\rangle$ öz durumunda) bulunma olasığılını hesaplayınız.

$P_1 = \langle \phi_1 | \psi \rangle'$

$= \left(\frac{1}{3}\langle \phi_1|\right)\left(\frac{1}{3}|\phi_1\rangle + \frac{\sqrt{5}}{3}|\phi_2\rangle + \frac{\sqrt{3}}{3}|\phi_3\rangle\right)$

$= \frac{1}{9}$

$\boxed{P_1 = \frac{1}{9}}$

c) $|\psi\rangle$ durumu için $\hat{B}$ operatörünün beklenen değerini hesaplayınız.

$\hat{B}|\phi_n\rangle = (3n^2 - 1)|\phi_n\rangle \Rightarrow$ 1. durum için özdeğer $b_1 = 3 \cdot 1^2 - 1 = 2$

2 " " " $b_2 = 3 \cdot 2^2 - 1 = 11$

3. " " " $b_3 = 3 \cdot 3^2 - 1 = 26$

$\langle \psi' | \hat{B} | \psi' \rangle = 2 \cdot \frac{1}{9} + 11 \cdot \frac{5}{9} + 26 \cdot \frac{3}{9} = \frac{135}{9}$

$= 15$

$\boxed{\langle \hat{B} \rangle = 15}$

Soru 4 (25 P) Tek boyutta hareket eden serbest parçacığı tanımlayan Schrödinger denklemini yazınız.

a) Bu denklemi çözerek bu parçacığı tanımlayan özfonksiyonu bulunuz.

$$\hat{H} = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}$$

$$\hat{H}\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}(x,t)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x,t)}{dx^2} + i\hbar\frac{d\psi}{dt}(x,t)$$

$$\psi(x,t) = X(x)T(t)$$

$$\frac{\hbar}{2m}T\frac{d^2X}{dx^2} + iX\frac{dT}{dt} = 0 \Big/ \frac{1}{XT}$$

$$\underbrace{\frac{\hbar}{2m}\frac{d^2X}{dx^2}\frac{1}{X}}_{-w} + \underbrace{\frac{i}{T}\frac{dT}{dt}}_{\substack{w \\ (1)}} = 0 \quad (2) \quad (1) \Rightarrow \frac{i}{T}\frac{dT}{dt} = w \Rightarrow \frac{dT}{T} = -iw\,dt$$

$$\ln T = -iwt$$

$$T(t) = e^{-iwt}$$

$$(2)\ \frac{\hbar}{2m}\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -w \Rightarrow \frac{d^2X}{dx^2} + \underbrace{\frac{2mw}{\hbar}}_{k^2}X = 0$$

$$\frac{d^2X}{dx^2} + k^2X = 0 \quad X(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

$$\Rightarrow \psi(x,t) = Ce^{i(kx-wt)}$$

$\psi(x) =$ $Ce^{i(kx-wt)}$

b) Bu özfonksiyonun enerji özdeğerini bulunuz.

$$\hat{H}\psi(x,t) = E\psi(x,t)$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}Ce^{i(kx-wt)} = ECe^{i(kx-wt)}$$

$$i\hbar(-iw)\cancel{Ce^{i(kx-wt)}} = E\cancel{Ce^{i(kx-wt)}}$$

$$\hbar w = E$$

E = $\hbar w$

c) Bu özfonksiyonun momentum özdeğerini bulunuz.

$$\hat{p}\psi(x,t) = p\psi(x,t)$$

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}Ce^{i(kx-wt)} = pCe^{i(kx-wt)}$$

$$(-i\hbar)(ik)\cancel{Ce^{i(kx-wt)}} = p\cancel{Ce^{i(kx-wt)}}$$

$$\hbar k = p$$

p = $\hbar k$

Bonus Soru (30 P): Aşağıdaki soruları cevaplayınız:

a) Planck'ın karacisim ışıma spektrumu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$u(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_\beta T} - 1}$$

Burada, h Planck sabiti, c ışık hızı, k_β Boltzman sabiti, ν ışımanın frekansı ve T karacismin sıcaklığıdır. Planck $u(\nu)$ spektral dağılım fonksiyonunu kullanarak Stefan-Boltmanz yasasını elde ediniz.
$\left[Not: I = \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15} = sabit\right]$

$$u(T) = \int_0^\infty u(\nu)d\nu = \int_0^\infty \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu \qquad x = \frac{h\nu}{k_B T} \Rightarrow \nu = \frac{k_B T}{h} x$$

$$d\nu = \frac{k_B T}{h} dx$$

$$u(T) = \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \frac{\pi^4}{15}$$

$$u(T) = \left(\frac{8\pi^5 k_B^4}{15 c^3 h^3}\right) T^4 = a T^4 \Rightarrow \boxed{u(T) = aT^4}$$

b) $[\hat{x}, \hat{p}]$ =? Sonucu yorumlayınız.

$$[\hat{x}, \hat{p}]\psi(x) = (\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x})\psi(x)$$
$$= x\left(-i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) - \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}(x\psi(x))\right)$$
$$= \cancel{-i\hbar x\frac{\partial\psi}{\partial x}} + i\hbar\left(\psi(x) + \cancel{x\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}}\right)$$
$$= i\hbar\psi(x) \Rightarrow [\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$$

$[\hat{x}, \hat{p}]$ komite sonucu sıfır değildir. Birbiriyle komite olmayan ölçme sırası önemlidir. Bir parçacığın konumu ve momentumu aynı anda kesinlikle ölçülemez: $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$ edemezler. Konum ve momentum operatörlerin ortak bir özdurum seti yoktur.

c) Kütlesi m, hızı v olan parçacık $\frac{1}{2}mv^2$'lik bir kinetik enerji ile x-ekseni boyunca hareket ediyor. Parçacığın enerjisindeki ΔE belirsizliğin $\Delta E\, \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ olduğunu gösteriniz.

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \Delta E = \frac{p}{m}\Delta p$$
$$= \frac{mv}{m}\Delta p = v\Delta p \Rightarrow \Delta p = \frac{\Delta E}{v}$$

$$\Delta x = v\Delta t$$

$$\Delta x \Delta p = \cancel{v}\Delta t \cdot \frac{\Delta E}{\cancel{v}} \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}}$$