

PAÜ FEN FAKÜLTESİ FİZİK BÖLÜMÜ
FİZ 435 KATIHAL FİZİĞİ DERSİ
2025-2026 GÜZ DÖNEMİ GENEL SINAV SORULARI ÇÖZÜMLERİ

S1	S2	S3	S4	S5	T

Adı-Soyadı:

Öğrenci No:

NOT: Cep telefonu kullanılması yasaktır. Hesap makinesi kullanabilirsiniz. SÜRE: 120 dakika
31.12.2025 (13.00 – 15.00)

Soru 1 (20 P): Yüzey merkezli kübik kristal yapıda hangi düzlemlerden yansımaların izinli olduğunu ve hangi düzlemlerden yansımaların izinli olmadığını örnekler vererek ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

Yüzey merkezli kübik yapının bazında;

$$x_1 = y_1 = z_1 = 0 ; y_2 = z_2 = 1/2 \text{ ve } x_2 = 0 ; x_3 = z_3 = 1/2 \text{ ve } y_3 = 0 ; x_4 = y_4 = 1/2 \text{ ve } z_4 = 0$$

konumlarında özdeş dört adet atom vardır. (5 P)

$$F_{hkl} = f_1 (1 + e^{-i\pi(h+k)} + e^{-i\pi(k+l)} + e^{-i\pi(h+l)}) \quad (5 P)$$

$F_{hkl} = 0$ olması için yani yüzey merkezli kübik yapıdaki bir düzlemden yansıma olmaması için, Miller indislerinin herhangi ikisi çift veya herhangi ikisi tek tamsayı olması gerekir. (3 P)

Ör: (1 0 0) ; (2 1 0) ; (0 1 0) ; (1 1 2) düzlemlerinden yansımalar izinli değildir. (2 P)

$F_{hkl} \neq 0$ olması için yani yüzey merkezli kübik yapıdaki bir düzlemden yansıma olabilmesi için, Miller indislerinin herbiri çift veya herbiri tek tamsayı olması gerekir. (3 P)

Ör: (1 1 1) ; (2 0 0) ; (1 1 3) ; (0 2 2) düzlemlerinden yansımalar izinlidir. (2 P)

Soru 2 (15 P): Cisim merkezli kübik yapıdaki bir kristalin ilkel örgü öteleme vektörleri,

$$\vec{a}' = \left(\frac{a}{2}\right)(\hat{x} + \hat{y} - \hat{z})$$

$$\vec{b}' = \left(\frac{a}{2}\right)(-\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})$$

$$\vec{c}' = \left(\frac{a}{2}\right)(\hat{x} - \hat{y} + \hat{z})$$

şeklinde verilmiştir. Bu kristalin ilkel örgüsünün ters örgü öteleme vektörlerini elde ediniz (\vec{A}' , \vec{B}' ve \vec{C}').

$$\vec{A}' = 2\pi \frac{\vec{b}' \times \vec{c}'}{\vec{a}' \cdot (\vec{b}' \times \vec{c}')} \Rightarrow \vec{A}' = \left(\frac{2\pi}{a}\right)(\hat{x} + \hat{y}) \quad (5 P)$$

$$\vec{B}' = 2\pi \frac{\vec{c}' \times \vec{a}'}{\vec{b}' \cdot (\vec{c}' \times \vec{a}')} \Rightarrow \vec{B}' = \left(\frac{2\pi}{a}\right)(\hat{y} + \hat{z}) \quad (5 P)$$

$$\vec{C}' = 2\pi \frac{\vec{a}' \times \vec{b}'}{\vec{c}' \cdot (\vec{a}' \times \vec{b}')} \Rightarrow \vec{C}' = \left(\frac{2\pi}{a}\right)(\hat{z} + \hat{x}) \quad (5 P)$$

Soru 3 (20 P): Uzunluğu L olan katı bir çubuğun içerisinde bir boyutta dalga ilerlemektedir. Periyodik sınır şartına göre, K vektörünün alabileceği izinli değerleri bulunuz. ($u(x, t) = B e^{-i\omega t} e^{iKx}$)

$$u(x = 0, t) = u(x = L, t) \quad (5 P)$$

$$B e^{-i\omega t} e^{iK0} = B e^{-i\omega t} e^{iKL}$$

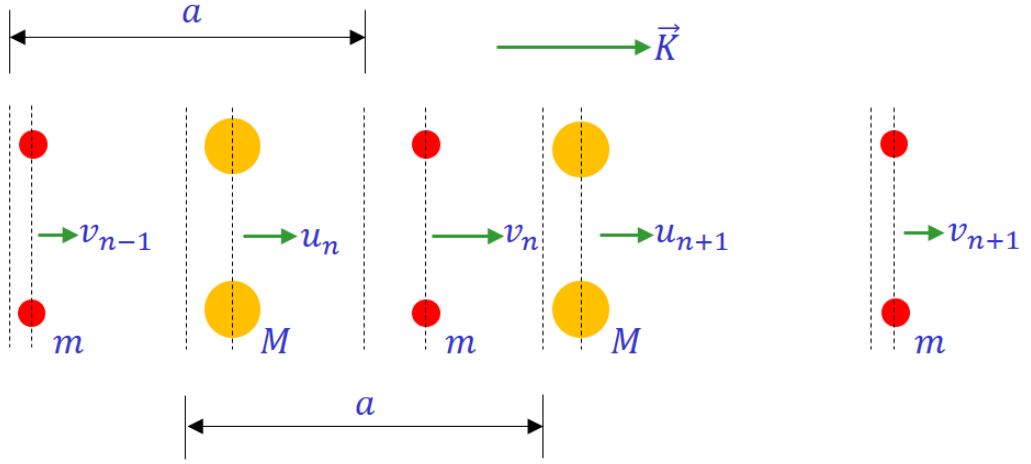
$$e^{iKL} = 1$$

$$e^{\pm i\theta} = \cos \theta \pm i \sin \theta \Rightarrow e^{\pm i2n\pi} = 1 \quad (5 P)$$

$$KL = n2\pi$$

$$K = n \frac{2\pi}{L} \quad (5 P) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5 P)$$

Soru 4 (30 P): Şekil’de gösterildiği gibi, M kütleli atomların birbirlerine paralel olan düzlemlerin bir grubu üzerinde ve m kütleli atomların da ilkinin aralarına giren paralel düzlemlerin bir başka grubu üzerinde konumlandığı, bir başka deyişle, ilkel birim hücrelerinde iki atom bulunan kübik bir kristal için dağılım (dispersiyon, $\omega(K)$) bağıntılarını elde ediniz. Elde ettiğiniz dağılım bağıntılarından hangisinin akustik modu ve hangisinin optik modu temsil ettiğini yazınız?



Sistemin hareket denklemleri şu şekilde yazılır.

$$M \frac{d^2 u_n}{dt^2} = -C(2u_n - v_n - v_{n-1}) \quad (5 P)$$

$$m \frac{d^2 v_n}{dt^2} = -C(2v_n - u_{n+1} - u_n) \quad (5 P)$$

$$u_n = u e^{i(nKa - \omega t)} \quad \text{ve} \quad u_{n+1} = u_0 e^{i((n+1)Ka - \omega t)}$$

$$v_n = v e^{i(nKa - \omega t)} \quad \text{ve} \quad v_{n-1} = v e^{i((n-1)Ka - \omega t)}$$

$$\frac{d^2 u_n}{dt^2} = -\omega^2 u_n \quad \text{ve} \quad \frac{d^2 v_n}{dt^2} = -\omega^2 v_n \quad \text{ise}$$

$$(2C - M\omega^2)u - C(1 + e^{-iKa})v = 0 \quad \text{ve} \quad -C(1 + e^{iKa})u + (2C - m\omega^2)v = 0 \quad \text{ise} \quad (5 P)$$

Bu denklem sisteminin katsayılar determinantının sıfır olması gerekir.

$$\begin{vmatrix} (2C - M\omega^2) & -C(1 + e^{-iKa}) \\ -C(1 + e^{iKa}) & (2C - m\omega^2) \end{vmatrix} = 0 \quad (5 P)$$

$$4C^2 - 2Cm\omega^2 - 2CM\omega^2 + Mm\omega^4 - C^2(1 + e^{-iKa} + e^{iKa} + e^{iKa} \cdot e^{-iKa}) = 0$$

$$Mm\omega^4 - 2C(m + M)\omega^2 + 2C^2(1 + \cos(Ka)) = 0$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{C(m + M)}{mM} \pm \frac{C\sqrt{(m + M)^2 - 2mM(1 - \cos(Ka))}}{mM} \quad (5 P)$$

Bu dağılım bağıntılarından eksi (-) işaretli olanı akustik modu, artı (+) işaretli olanı ise optik modu temsil eder. (5 P)

Soru 5 (15 P): N_A (Avagadro sayısı) tane atomdan oluşmuş bir katının toplam enerjisi Einstein özısı modeline göre,

$$E = \frac{N_A \hbar \omega}{e^{(\hbar \omega / k_B T)} - 1}$$

şeklinde verilmektedir. Üç boyutlu uzayda, bu model için özısı ifadesini elde ediniz. Yüksek sıcaklık ($T \gg \theta_E$) ve düşük sıcaklık ($T \ll \theta_E$) bölgelerinde özısı ne olur?

$$\left(\text{İp ucu: } e^{a/b} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a/b)^n}{n!} \approx 1 + \frac{a}{b} + \dots \quad ; \quad \theta_E = \hbar \omega / k_B \quad ; \quad R = N_A k_B \right)$$

$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = 3 N_A k_B \left(\frac{\hbar \omega}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{(\hbar \omega / k_B T)}}{(e^{(\hbar \omega / k_B T)} - 1)^2} \Rightarrow C_V = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{(\theta_E / T)}}{(e^{(\theta_E / T)} - 1)^2} \quad (4 P)$$

Yüksek Sıcaklık bölgesinde ($T \gg \theta_E$)

$$e^{\theta_E / T} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\theta_E / T)^n}{n!} \approx 1 + \frac{\theta_E}{T} + \dots$$

$$C_V \approx 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{1 + \frac{\theta_E}{T}}{\left(1 + \frac{\theta_E}{T} - 1 \right)^2} = 3R \quad (4 P)$$

Düşük Sıcaklık bölgesinde ($T \ll \theta_E$)

$e^{\theta_E / T} \gg 1$ olduğu için

$$C_V \approx 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 e^{-\theta_E / T} = B(T) e^{-\theta_E / T} \quad (4 P)$$

elde edilir. Burada, $B(T)$ terimi, $e^{-\theta_E / T}$ terimine oranla daha yavaş sıfıra yaklaşır. Dolayısıyla eşitlikteki $e^{-\theta_E / T}$ terimi daha baskındır ve sıcaklık mutlak sıfır sıcaklığına giderken özısı da sıfıra gider. Özısının mutlak sıfır sıcaklığında sıfıra gitmesi deneysel sonuçlarla uyumludur. Ancak bu sonucun, yalıtkanlar için elde edilen deneysel sonuç olan T^3 ve iletkenler için elde edilen deneysel sonuç olan T ile doğru orantılı olmadığı da aşikardır. Bu durum Einstein özısı modelinin en zayıf noktasıdır. Yüksek sıcaklık bölgesinde ise bu modelden elde edilen sonuç deneysel sonuçlarla uyum içerisindedir. (3 P)