

MUKAVEMET I

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem ERSAN

Doç. Dr. Emin ERGUN

Bilgilendirme:

Ders:			
		:	3 saat
Nasıl Başarılı Olacaksınız	%70 devam şartını sağladıktan sonra;		
	[Vize x 0,5 + Final x 0,5]'dan hesapladığınız «S» skorunuz $\geq$ C2 ise hakkınızla geçersiniz! Tabi isterseniz D2 de olabilir (şartlı). 😊		
<u>Dikkat:</u> Sınava gelirken mutlaka Hesap Makinenizi ve Silginizi getiriniz.			

Ders İçeriđi

<i>Hafta</i>	<i>Konu</i>
1H	Giriş, Dersin Amacı, Mukavemet Nedir?, Boyutlandırmada göz önüne alınacak parametreler, Yükle, Yapıya Etki Eden Faktörler, Mukavemet İlkeleri, Kuvvet Tanımları, Gerilme Tanımı
2H	Çekme Deneyi, Poisson Oranı, Birim Uzama, Emniyet Gerilmesi ve Katsayısı
3H	Basit Mukavemet Halleri, Termik Gerilmeler, Kompozit Çubuklarda Gerilmeler, Değişken Kesitli Çubuklar ve Uygulamaları
4H	İnce Cidarlı Kaplarda Basıncıtan Doğan Gerilmeler ve Uygulamaları
5H	Gerilme Analizi, Asal Gerilmeler, Maksimum Kayma Gerilmeleri, Mohr Çemberi
6H	Gerilme ve Mohr Çemberi İle İlgili Uygulama
7H	şekil Değiştirme Analizi, Hooke Kanununun Genel Hali, Kayma Modülü
8H	şekil Değiştirme Analizi İle İlgili Uygulamalar
<i>9H</i>	<i>Vizeler</i>
10H	Kiriřlerde Eğilme Gerilmeleri, Basit Eğilme, Artık Gerilme, Kayma Gerilmeleri
11H	Kiriřlerde Eğilme Gerilmeleri İle İlgili Uygulamalar
12H	Kayma Gerilmeleri ve Uygulamaları
13H	Birleřik Gerilme ve Uygulamaları
14H	Genel Uygulama

Kaynaklar:

1	Onur Sayman	:	Mukavemet I (%65)
2	Hibbeler, R. C.	:	Mechanics of Materials (%30)
3	İnternet Kaynakları	:	Farklı Üniversitelerin Ders Notları (%5)

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Mukavemet:

Şekil değiştirebilen katı cisimlerin üzerine etkiyen dış yükler altındaki davranışlarını, biçim değişikliklerini, dayanımlarını ve stabilitelerini (dengelerini) inceler.



Mukavemetin temel amacı ***boyutlandırma***'dır.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Boyutlandırmada hangi sıra izlenecek?

1. Önce bir konstrüksiyon veya onun bir elemanı seçilir,
2. Ele alınan cismin «serbest cisim diyagramı» çizilir,
3. Dış yükler altında cismin dengesini sağlamak üzere denge denklemleri uygulanır,

$$\sum F_x = 0 \quad \sum M_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \sum M_y = 0$$

$$\sum F_z = 0 \quad \sum M_z = 0$$

«» 3D »»»

$$\sum F_x = 0 \quad \sum M_z = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

«» 2D »»»

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

4. Verilen yükler altında deformasyonların (şekil değiştirme) sağlamak zorunda olduğu geometrik uyum belirlenir,
5. Dış yüklerin neden olduğu gerilmelerle bunlardan doğan deformasyonlar arasındaki bağlantılar kurulur (Gerilme-Şekil Değiştirme bağıntıları),

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Mekanik (Mukavemet)



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Mukavemet Dersinin Amaçları :

- Denge halindeki katı sistemlerde dış yükleri statikten hesapladıktan sonra,
- Sistemin veya malzemelerin bu yüklere dayanıp dayanamayacağını hesaplarla kontrol etmek,
- Verilen yüklere sistemin dayanabilmesi için sistemi oluşturan parçaların her birisinin boyutlarının minimum alması gereken değeri tayin etmek,
- Sistemin bu yüklere dayanabilmesi için gereken uygun malzeme seçimini yapmak.

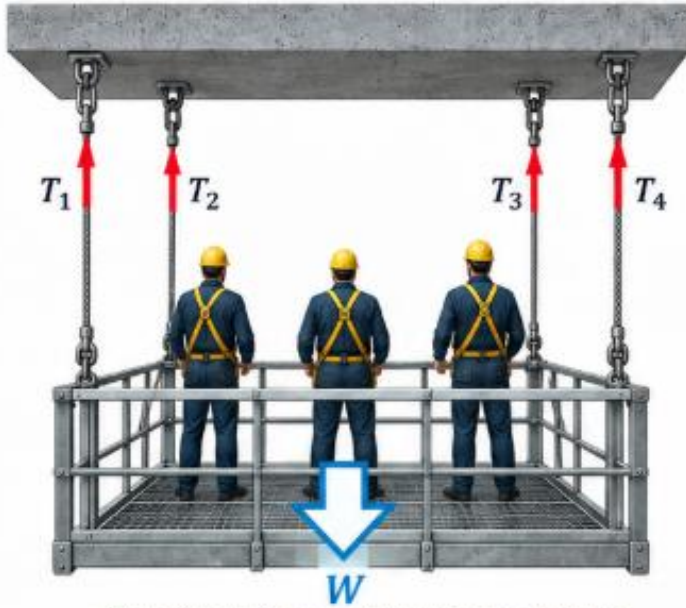
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Statikte genel amacımız, dış yüklerin etkisinde olup durağan haldeki (dengedeki) katı cisim veya sistemlerde, tüm dış kuvvetlerin ve bağlantı noktalarındaki (mesnetlerdeki) tepki kuvvetlerinin hesaplanarak belirlenmesi idi.

Mukavemet dersinde ise, temel amaçlarımız, bu kuvvetleri sistemin taşıyıp taşıyamayacağını kontrol etmek, veya bu kuvvetleri taşıyabilmesi için sistemi oluşturan parçaların boyutlandırılmasını yapmak; veya bu kuvvetleri sistemin taşıyabilmesi için uygun malzeme seçimini yapmaktır.

Çelik Halatlı Bakım Platformu Problemi

Çelik halatlarla tavana asılı bir bakım platformunun statik ve mukaveme açısından tasarımı



Dört çelik halat ile tavana bağlanan bakım platformu



Problem Tanımı ve Veriler

- 1 Bir işletmede, tavana 4 adet çelik halat ile bağlanan bir bakım platformu tasarlanacaktır.
- 2 Amaç, platformu taşıyan halatların minimum güvenli çapını (d) belirlemektir.
- 3 Halatlar gereğinden ince olursa kopma riski oluşur; gereğinden kalın olursa maliyet artar.
- 4 Platformda aynı anda 3 kişi çalışabilmektedir. Her bir kişi 100 kg, platformun kendi kütlesi 150 kg kabul edilsin.
- 5 2 kat emniyet katsayısı kullanılacaktır.
- 6 Toplam kütle: $m = 3 \times 100 + 150 = 450$ kg
- 7 Yaklaşık ağırlık: $W = 450 \times 10 = 4500$ N
- 8 Tasarım yükü: $W_t = 2 \times 4500 = 9000$ N

1

1. Halatlardaki Kuvvetlerin Hesabı (Statik)

Halatlardaki kuvvetler (T_1, T_2, T_3, T_4) bilinmeden minimum çap (d) hesaplanamaz.

İlk adım, halatlara düşen kuvvetleri bulmaktır.



Statik hesaplardan bulunur.

Simetrik durumda:

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T$$

$$\sum F_y = 0$$

$$4T - W_t = 0$$

$$T = \frac{9000}{4} = 2250 \text{ N}$$

2

2. Halatın Minimum Çapının Hesabı (Mukavemet)

İkinci adım, en kritik halatın emniyetli minimum çapını (d) hesaplamaktır.

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$



$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi \sigma_{\text{izin}}}}$$



Mukavemet hesaplarından bulunur.

Örneğin

Mukavemete Giriş ve Tanımlar



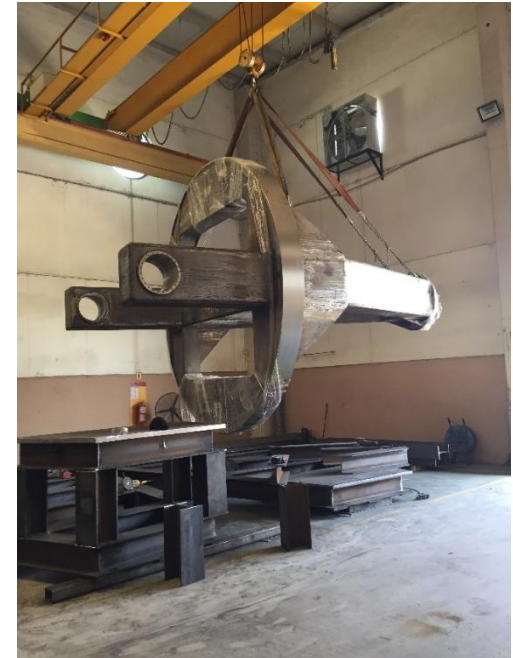
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

- 1- Taşıyıcı iplere gelen çeki kuvvetleri statik denge denklemlerinden hesaplanır
- 2- İplerin malzemesi belirlenir. Bu malzemenin kopma mukavemeti deneysel olarak çekme testleriyle belirlenir.
- 3- Hesaplanan ip kuvvetlerini taşıyabilmesi için iplerin kesit alanları (kalınlıkları)'nın minimum değeri mukavemet hesaplarıyla belirlenir.



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

- 4-Tüm hesaplamalar yapılırken, bir emniyet katsayısı da göz önüne alınmalıdır.
- 5- Belirlenen emniyetli boyutlar ve malzemeler göz önüne alınarak üretime geçilir.



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Optimum Tasarımda 3 Temel Kriter

Yeni bir ürünün tasarımında veya mevcut bir ürünün iyileştirilmesinde, optimum çözüme ulaşmak için üç temel kriter birlikte değerlendirilmelidir.



Tasarımda Denge

Bu üç kriterden herhangi birinin ihmal edilmesi, sürdürülebilir ve başarılı bir tasarımın önünde engel oluşturabilir.



1- Dayanım

Dayanım: Gerilme ve güvenlik açısından yeterli taşıma kapasitesini ifade eder.



2- Ekonomiklik

Ekonomiklik: Malzeme seçimi, üretim kolaylığı ve maliyet açısından uygunluğu ifade eder.



3- İşlevsellik

İşlevsellik: Şekil değiştirme, kullanım amacı ve görevini yerine getirme performansını kapsar.



Not: Maliyet hesapları doğrudan mukavemet hesabının parçası değildir; ancak dayanım ve işlevsellik açısından bulunan minimum boyutlar maliyeti dolaylı olarak etkiler.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Malzeme ve Davranış Modelleri

1- Rijit Cisim

2- Elastik Cisim

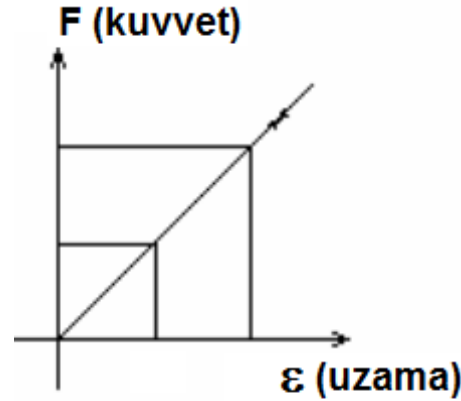
3- Plastik cisim

4- Elasto-plastik Cisim

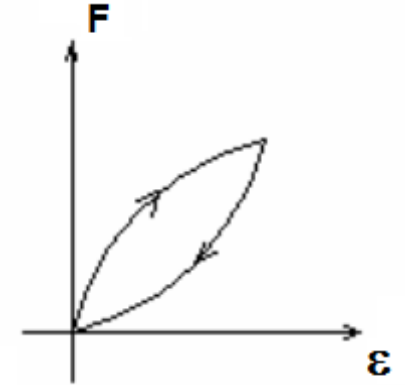
-Homojen Cisim

-İzotrop Malzeme

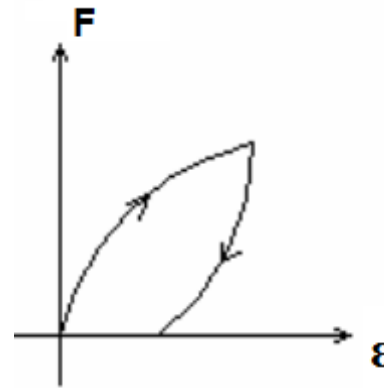
-Anizotrop Malzeme



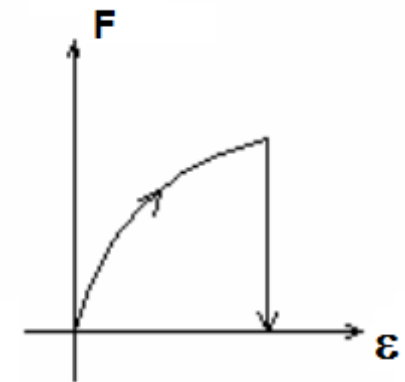
Hooke Doğrusu



Elastik Cisim



Elasto-Plastik Cisim



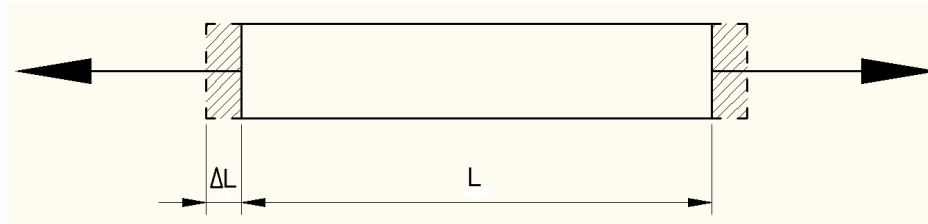
Plastik Cisim

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Mukavemette Cisim Modelleme

- Çubuk:

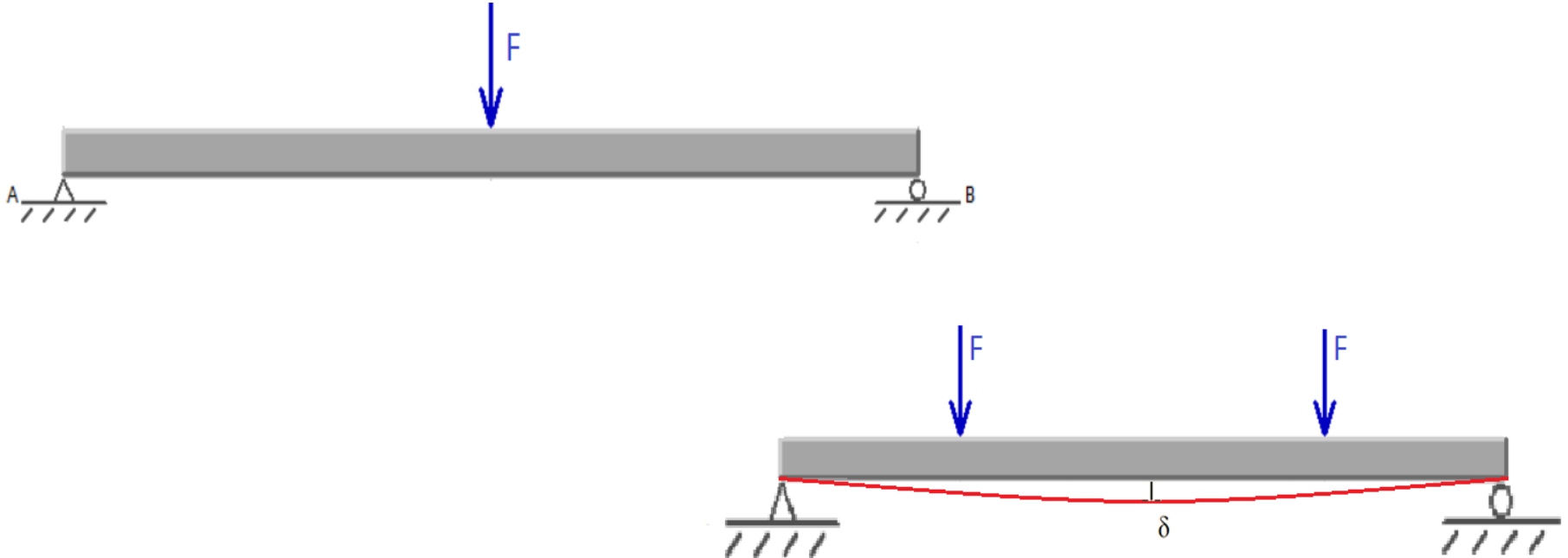
Sadece eksenel doğrultuda çeki yada bası kuvveti taşıyan sabit kesitli elemandır. Bu kuvvet etkisinde çubuk eksenel doğrultuda uzar ya da kısalır.



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

- Kiriş:

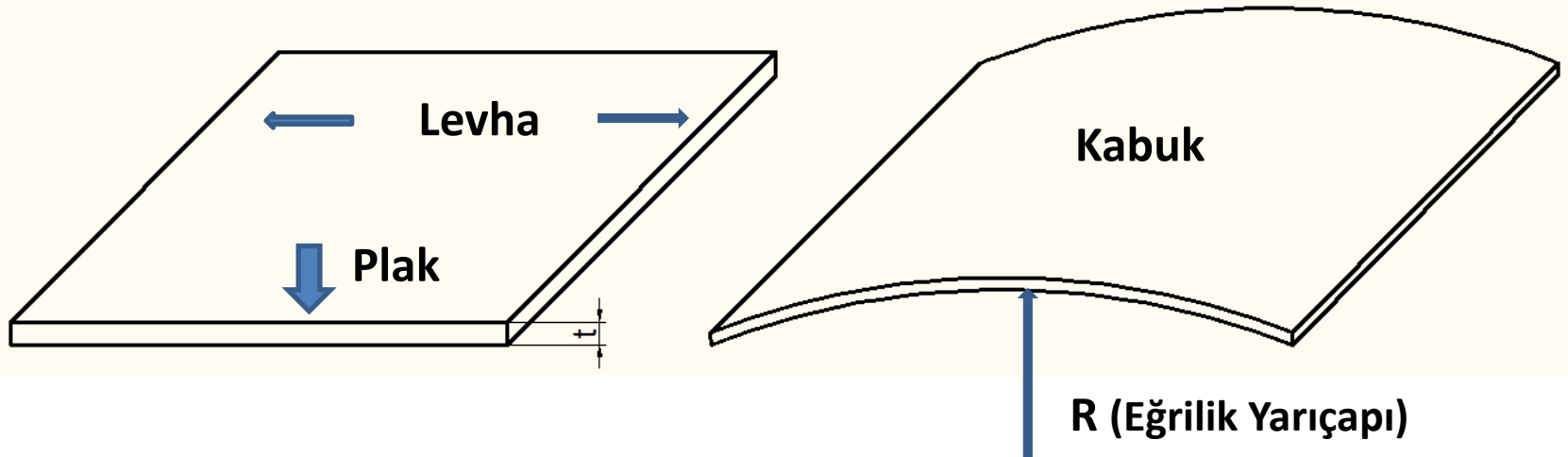
Kiriş çubukla aynı geometrik özelliklere sahip olduğu halde yalnızca eksenine dik doğrultusunda yük taşıyan elemanlardır. Kiriş eleman şekil değiştirme olarak çöker ve döner.



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

- Levha, Plak ve Kabuklar:

Levhalar iki boyutlu elemandırlar ve kuvvetleri çubuklar gibi kendi düzlemlerinde taşırlar. **Plakalar** geometrik olarak levhaya benzerler fakat kendi düzlemine dik doğrultuda kuvvet taşırlar. Bina döşemeleri, kubbelar, hazneler, kazanlar bu tip cisimlere birer örnektir. Kabuklar da eğri eksenli plak olarak tanımlanabilir.



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Yükler;

- Statik Yükler

Sıfırdan başlayarak azar azar artan ve kısa zamanda tam şiddetine kavuşan yük biçimidir, ulaştığı şiddette sürekli kalır.

- Asılı (Ölü) Yükler

*Genellikle statik yük sınıfına girerler. Adı gibi ölü yüküdür. Sakıncalı yük tipidir. Çevre sıcaklığı arttığında malzeme salt ağırlığından dolayı uzayıp **sürünme (creep)** durumu ortaya çıkabilir.*

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

- Anlık Yükler

Genellikle çok kısa sürede ve büyük şiddette ortaya çıkan veya uygulanan yüklerdir. Bunlara da darbe ya da çarpma yükü denir.

- Dinamik (Yinelenen) Yükler

Periyodik olarak tekrarlanan yüklerdir ki makine mühendisliğinde en çok karşılaşılan ve bütün mekanik arızaların çok büyük bir bölümünü (%80) oluşturan yorulma olayına neden olurlar.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Yapıya Etki Eden Faktörler

Dış Faktörler

- Kuvvet ve Momentler*
- Sıcaklık Değişimleri (Üniform veya gelişigüzel)*
- Büzülme(Vakum) ve Sünme(Kendi Ağırlığıyla)*
- Kimyasal etkiler vb...*

İç Faktörler

- Atomlar arasında meydana gelen çekim kuvvetlerinden meydana gelen kuvvetler.*
- Artık gerilmeler(ön gerilme)*

Mukavemete Giriş ve Tanımlar (2H)

Mukavemet İlkeleri;

1- Katılma İlkesi

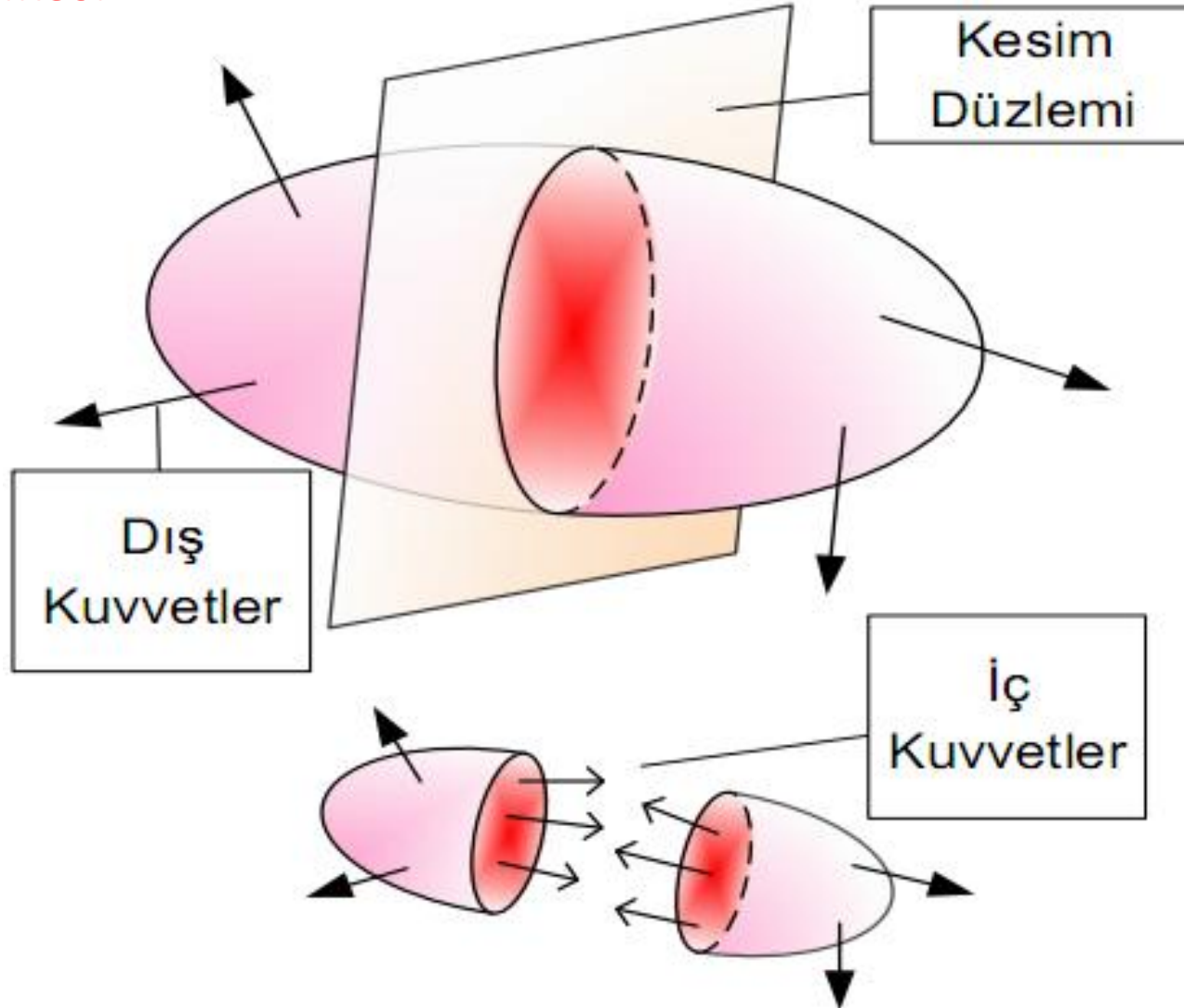
Elastik cisme dış kuvvetler etki ettiğinde cisim belli bir miktar şekil değiştirdikten sonra artık şekil değiştirmez ve cismin bu hali rijit cisim gibi düşünülür. Bu şekilde **statik denge denklemlerini mukavemette kullanma imkanı** sağlar.

2- Ayrılma İlkesi

Dış kuvvetler etkisindeki statik dengede olan bir cisim, bir düzlemle herhangi bir yerinden hayali olarak kesilir ise ayrılan her bir parça yeniden statik dengeye gelmek isteyecektir. Bu dengeyi her bir parça içerisinde meydana gelen iç kuvvetler sağlayacaktır. Cismi iki parçaya ayırıp, her bir parçanın statik olarak incelenmesine **ayırma prensibi** adı verilir. Denge denklemleri cismin bütünü için geçerli ise, her parçası içinde geçerlidir.

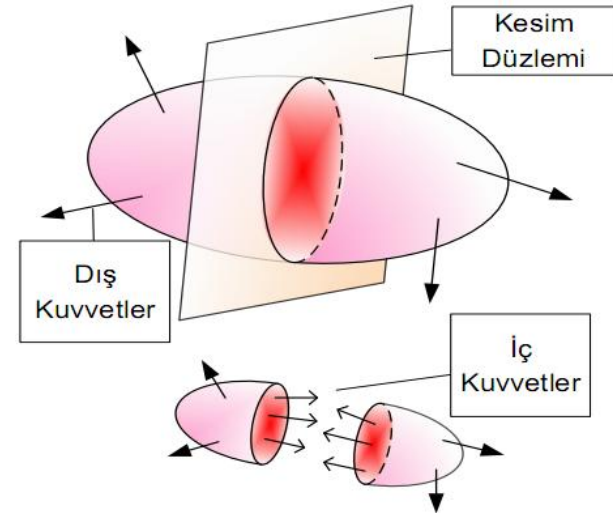
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Ayrılma İlkesi



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Denge denklemleri uygulanır.



$$\mathbf{R} = R_x \mathbf{i} + R_y \mathbf{j} + R_z \mathbf{k}$$

R_x : Normal Kuvvet (N)

R_y : Kesme Kuvveti (V_y)

R_z : Kesme Kuvveti (V_z)

$$\mathbf{M} = M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k}$$

M_x : Tork (Döndürme)

M_y : Eğilme Momenti

M_z : Eğilme Momenti

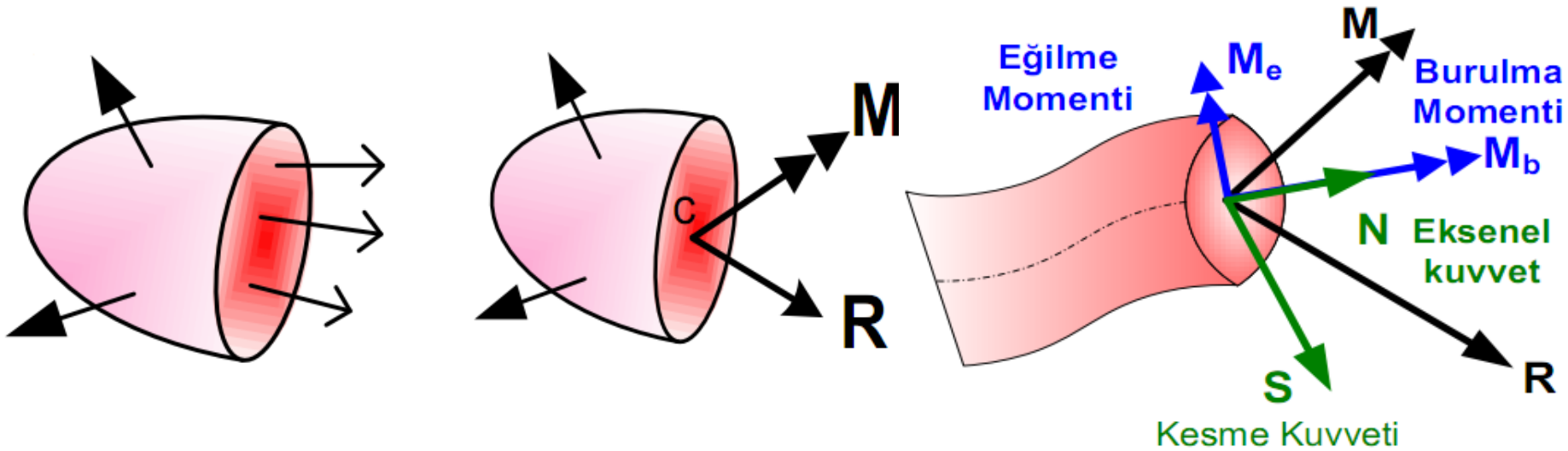
Kesite **dik** olan bileşene (σ) **Normal** gerilme,
Kesite **paralel** olan bileşene (τ) **Kayma** gerilmesi denir

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Dış Kuvvet – İç Kuvvet;

İç kuvvet

Aynı bir cismin zihnen düşünülen çeşitli parçaları arasındaki etki ve tepkidir.



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

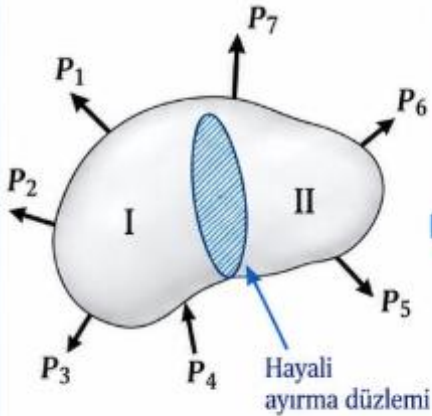


Önemli Nokta

Şimdiden aklınızda olsun: Gerilme hesap formüllerinde iç kuvvet veya iç moment ile kesit geometrisine bağlı büyüklükler mutlaka yer alır. Malzeme özellikleri, gerilme formülünde genelde doğrudan yer almaz. Bu nedenle gerilme, önce yükleme ve geometri ile ilişkilidir.

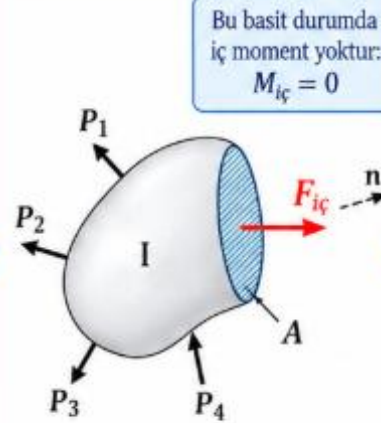
Basit Normal Gerilme Tanımı

1. Hayali ayırma düzlemi



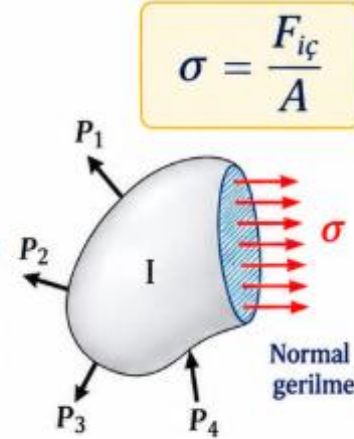
Sistem, dış kuvvetler altında dengededir; iç etkileri görmek için hayali bir kesit alınır.

2. Ayrılan parçanın dengesi



Kesit yüzeyinde oluşan iç kuvvet, ayrılan parçanın dengesini sağlar.

3. Gerilmenin tanımı



İç kuvvet, kesit alanına homojen dağılmış kabul edilirse normal gerilme elde edilir.



Varsayımlar

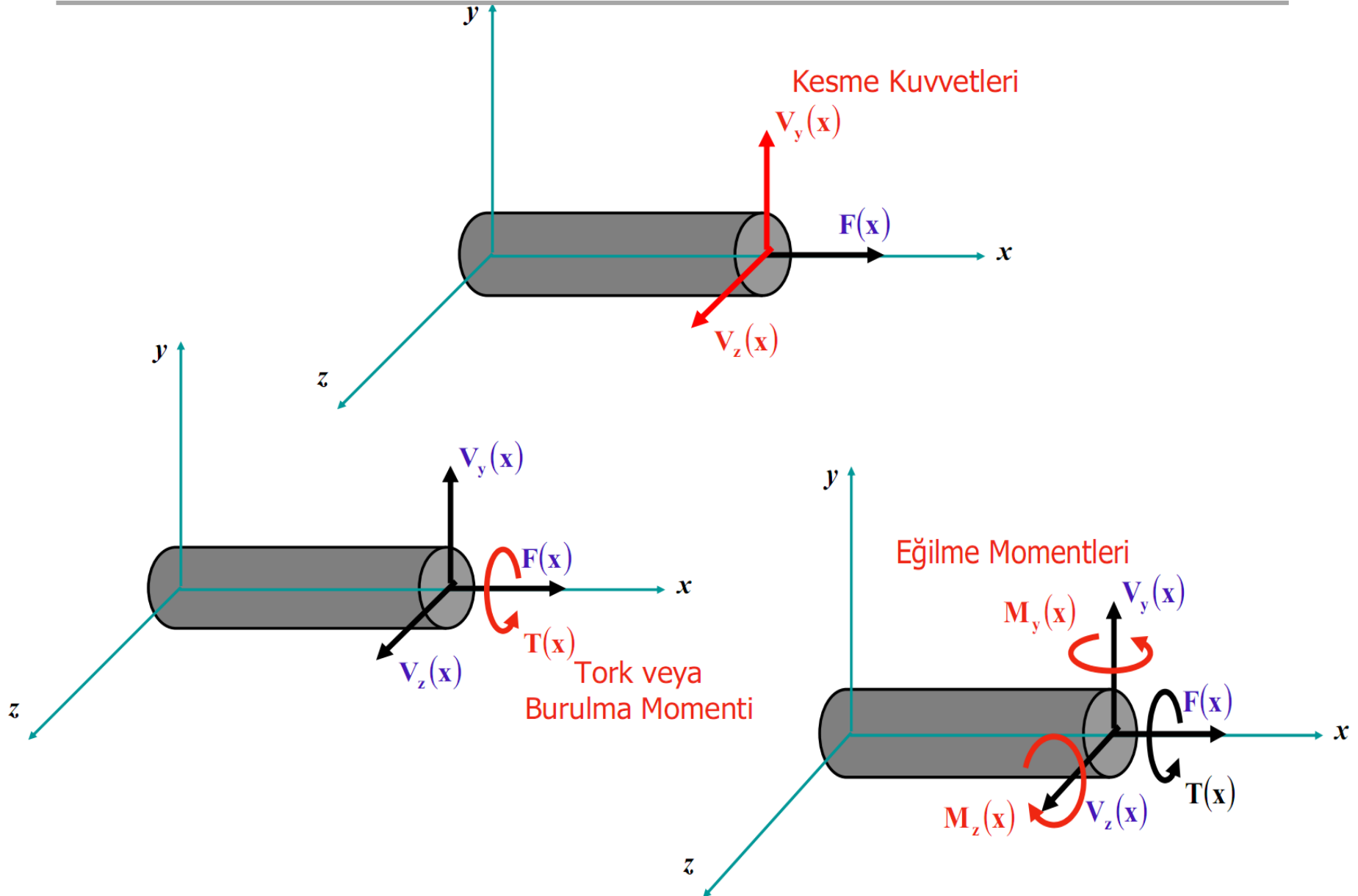
- İç moment oluşmuyor:
 $M_{iç} = 0$
- Kesitte yalnız iç kuvvet etkili
- Gerilme dağılımı homojen kabul ediliyor
- Kesit alanı: A



Ne anlatır?

- Gerilme = birim alana düşen iç kuvvet
- Birim: $N/mm^2 = MPa$
- Bu ifade normal gerilmenin en temel halidir
- Malzeme özelliği, dayanım yorumunda önemlidir; gerilme tanımında doğrudan yer almaz.

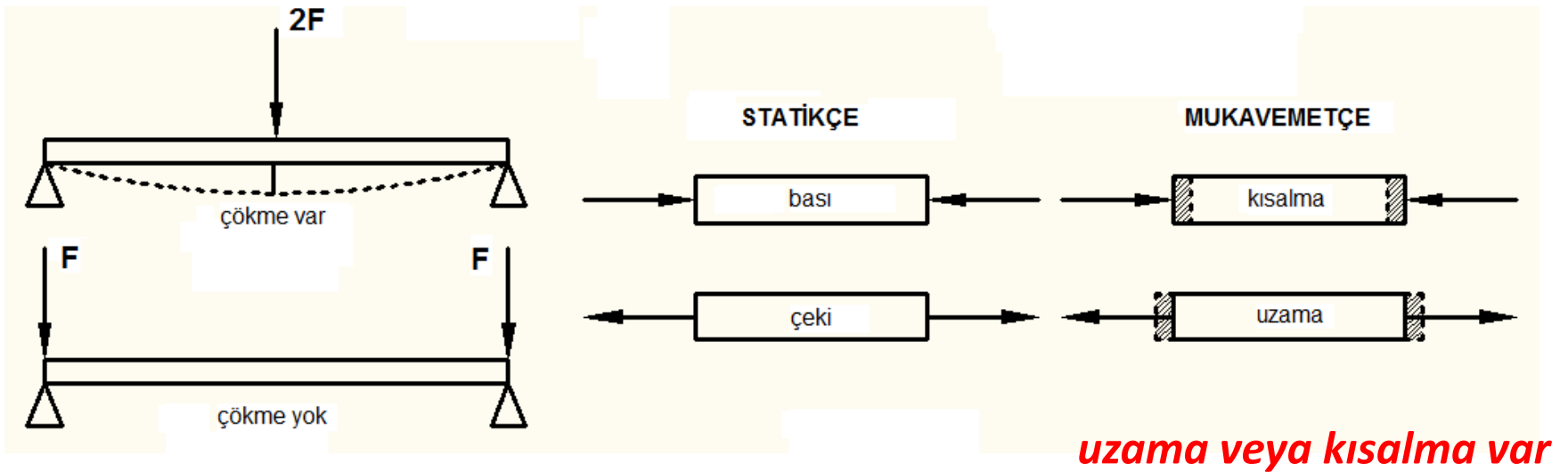
Mukavemete Giriş ve Tanımlar



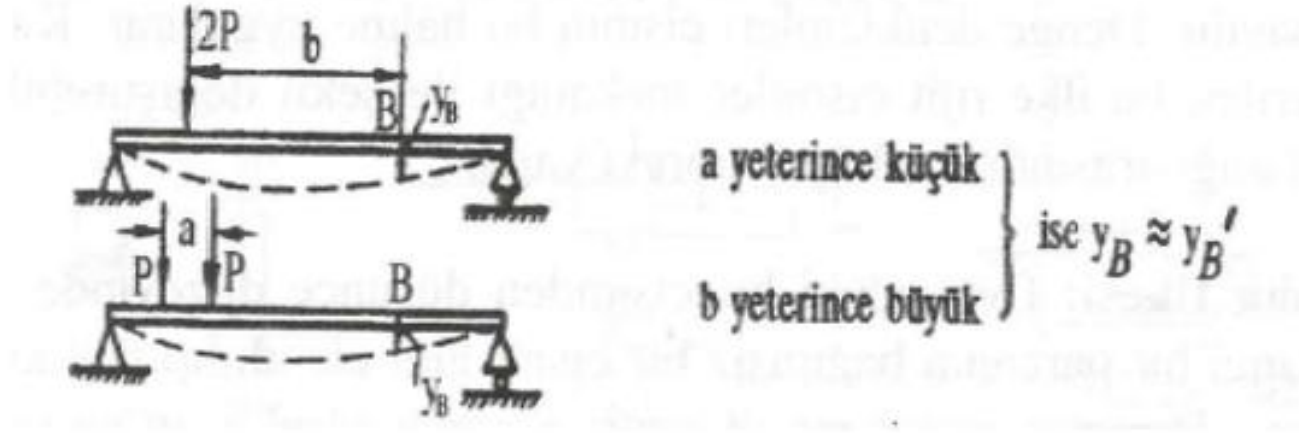
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

3- Eşdeğerlik (Saint-Venant) İlkesi

Statikçe eşdeğer olan cisimler mukavemetçe eşdeğer olmayabilir. Statik denge yönünden kuvvetler eşdeğer olsa bile, şekil değiştirme açısından eşdeğer değildirler.

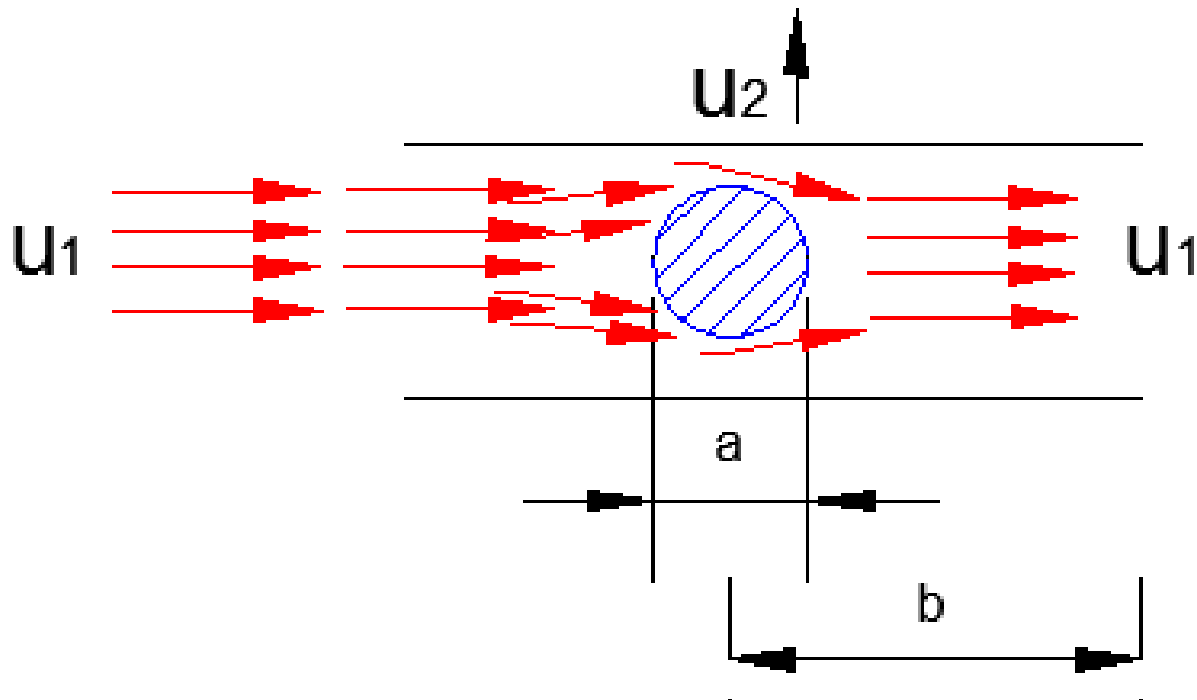


Mukavemete Giriş ve Tanımlar



[Biçim değiştirebilen katı bir cisme etkiyen bir kuvvet sistemi üzerinde sadece dar bir bölgede yapılacak Statik Eşderlik işlemleri, ancak bu bölgeden yeterince uzak noktalarda pratik olarak eşdeğer biçim değişiklikleri doğururlar.]

Mukavemete Giriş ve Tanımlar



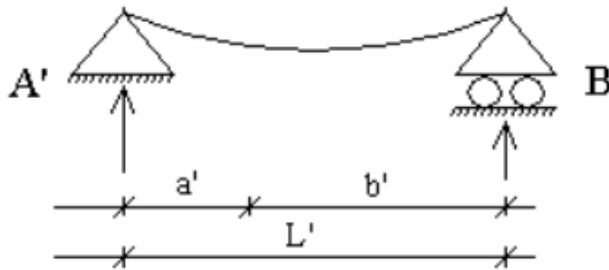
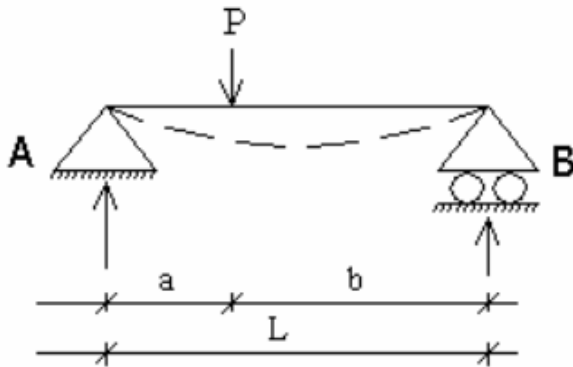
Engelden dolayı kesit daralır ve hız artar.

$$Q=A.u$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

4- Birinci Mertebe İlkesi

Katılaşma ilkesi gereğince incelenen cismin boyutları bu cismin üzerindeki yüklerin meydana getirdikleri deformasyon sona erdikten ölçülür. Oysa elastik sınırlar içinde kalmak şartıyla meydana gelebilecek deformasyonlar daima cismin boyutlarına göre bir mertebe daha düşük olacaktır. Bu yüzden aradaki fark ihmal edilir ve boyutlar bu deforme olmamış hal üzerinden ölçülür. Bu tarz ölçüm yapılması birinci mertebe ilkesinin sonucudur. Bu ilke «**elastik sınırlar**» içinde geçerlidir.



$$\sum M_a = P.a - B.L$$

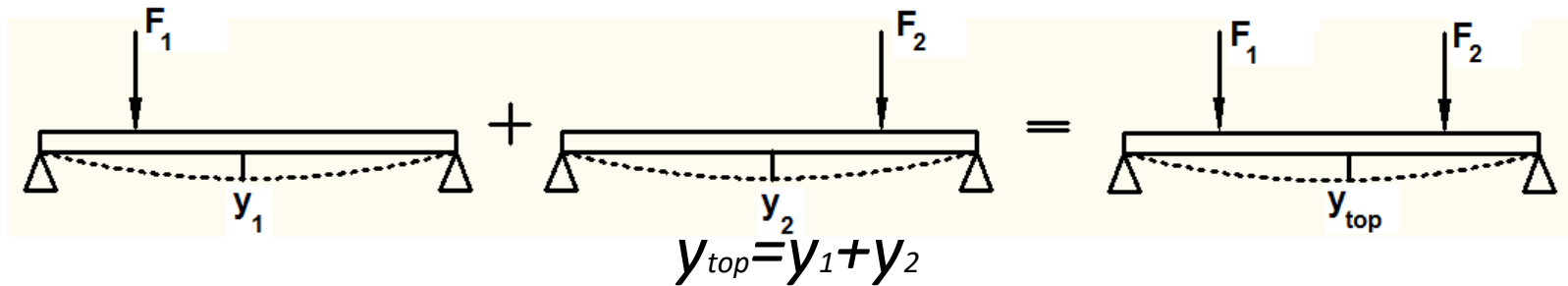
$$P.a = B.L$$

$$B = P \cdot \frac{a}{L}$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

5- Süperpozisyon İlkesi

Bir elastik sistemde: iki farklı yüklemeden tek tek doğan yer değiştirmeler, toplamının yaptığı yer değiştirmeyi verir.



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

BİRİM SİSTEMLERİ

Birim	SI
Kütle	Kilogram (kg)
Uzunluk	Metre (m)
Zaman	Saniye (s)
Kuvvet	Newton (N)
Gerilme	Pascal (N/mm ²)

1 N => 1 kilogramlık kütleyi 1 m/s² ivmelendiren kuvvet değeridir.

1 Pascal => 1 metrekarelik alana 1 N luk kuvvet düştüğünde oluşan gerilme değeridir.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

BİRİM DÖNÜŞÜMLERİ

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$$

$$10^9 = \text{Giga} \quad (G)$$

$$10^6 = \text{Mega} \quad (M)$$

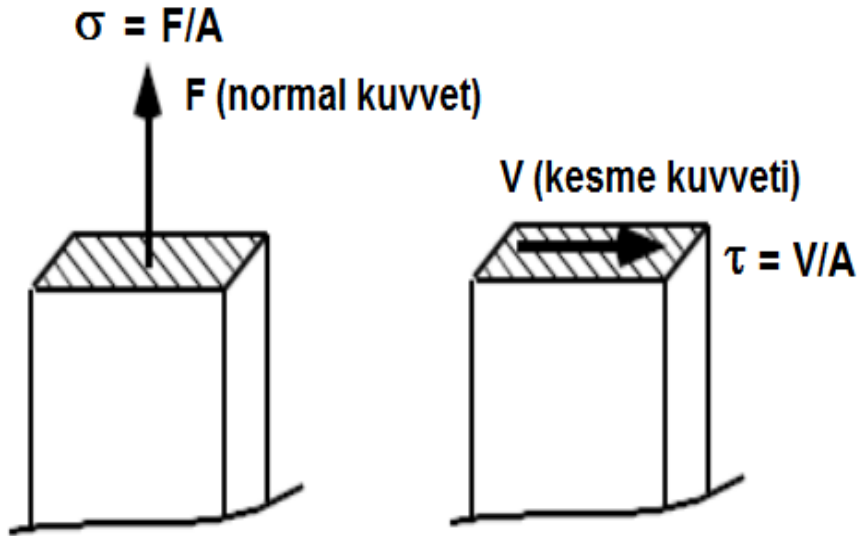
$$10^3 = \text{Kilo} \quad (k)$$

$$10^{-3} = \text{Mili} \quad (m)$$

$$10^{-6} = \text{Mikro} \quad (\mu)$$

$$10^{-9} = \text{Nano} \quad (n)$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar



Kayma Gerilmesi

Yüzeye paralel olan kuvvetlerin meydana getirdiği gerilmeye Kayma Gerilmesi denir. τ (to) ile ifade edilir.

Gerilme:

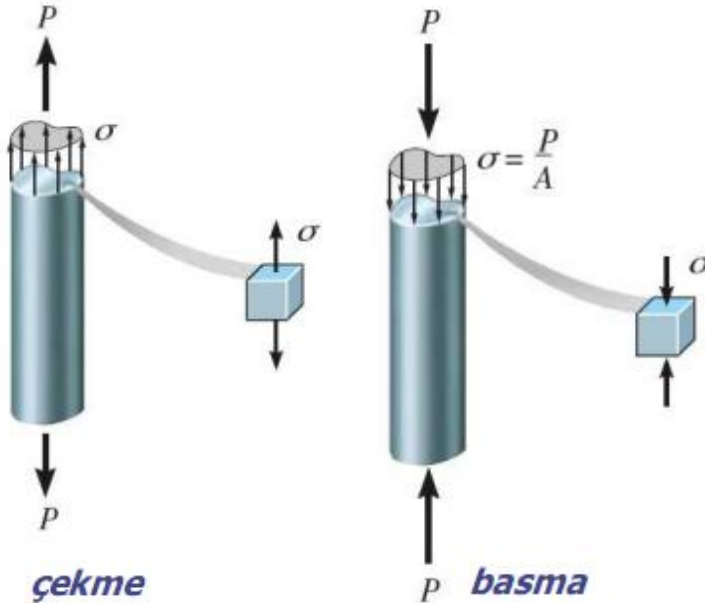
Gerilme, birim alana gelen kuvvet miktarı olarak tanımlanır.

Normal Gerilme

Yüzeye dik kuvvetlerin meydana getirdiği gerilmeye Normal Gerilme denir. (σ) harfiyle gösterilir **Daima kesit alana diktir.**

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Normal Gerilme;



$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{N}{mm^2} = MPa$$

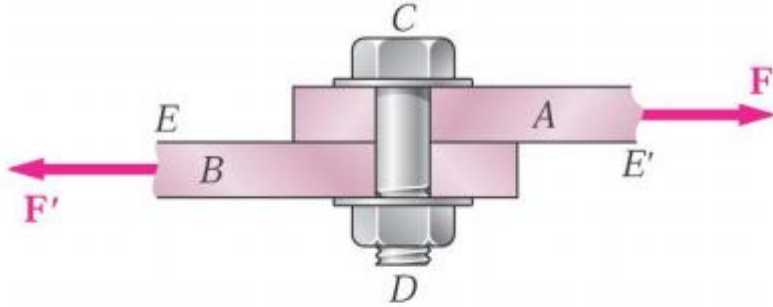
Kuvvet (Newton): N

Uzunluk (Metre): m

Gerilme değeri **pozitif (+)** ise **çekme gerilmesi**, **negatif (-)** ise **basma gerilmesi** olarak adlandırılır.

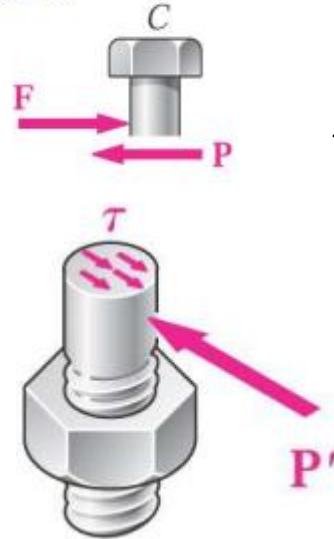
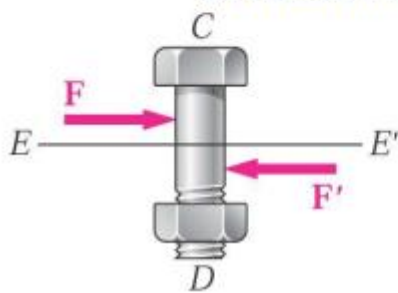
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Kayma Gerilmesi;

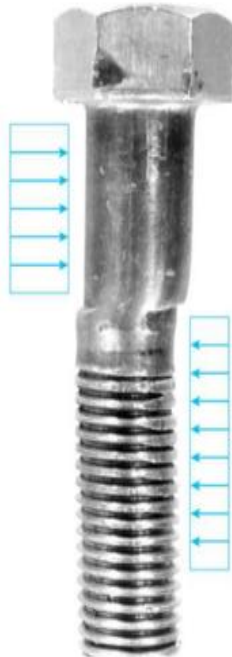


Daha çok perçinli, cıvatalı, vidalı ve çivili bağlantı elemanlarında ortaya çıkar.

Cıvatanın SCD :

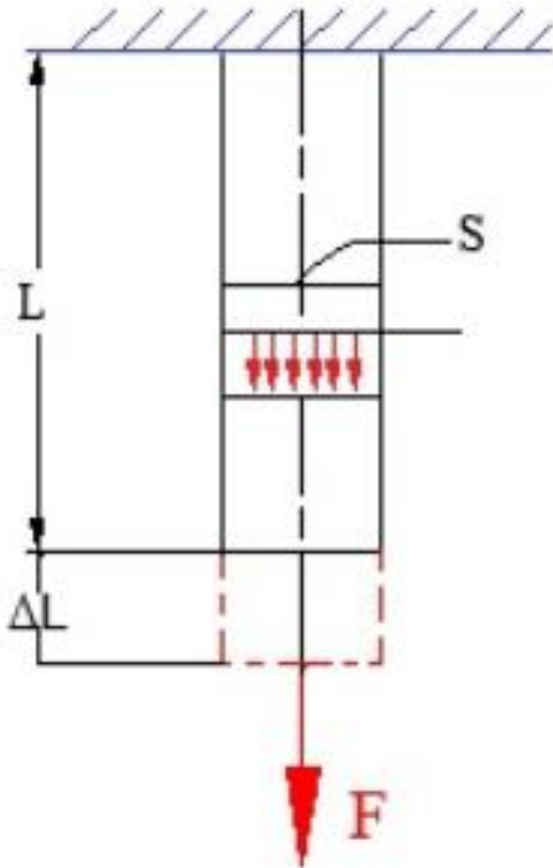


$$\tau = \frac{V(F)}{A} = \frac{N}{mm^2} = MPa$$



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Düzgün Çekme ve Basınç

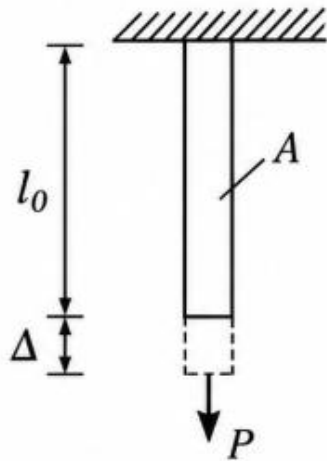


$$\sigma = \frac{F}{S}$$
$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Δl : Toplam uzama

ε : % uzama (şekil değiştirme)

DİP NOT ÖNEMLİ!!!



$$\sigma = \frac{P}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{l_0}$$

$$\text{Gerilme} = \frac{\text{Kuvvet}}{\text{Alan}}$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa (Pascal)}$$

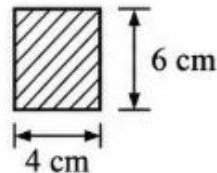
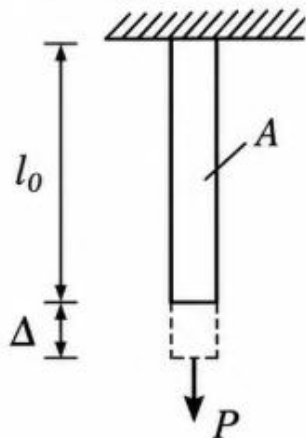
$$\text{kPa} = 10^3 \text{ Pa}$$

$$\text{Mega (M): MPa} = 10^6 \text{ Pa}$$

$$\text{Giga (G): GPa} = 10^9 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$$

Örnek



$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$P = 840\,000 \text{ N}$$

$$l_0 = 1200 \text{ mm}$$

$$\text{Bul: } \sigma, \varepsilon, \Delta$$

Çözüm:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{840\,000 \text{ N}}{40 \times 60 \text{ mm}^2} = 350 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{350 \text{ MPa}}{200\,000 \text{ MPa}} = 1.75 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{l_0}$$

$$\Delta = \varepsilon \cdot l_0 = 1.75 \times 10^{-3} \times 1200 \text{ mm} = 2.1 \text{ mm}$$

Temas Alanı ve Normal Gerilme

Statik ve Mukavemet | Mühendislik Mekaniği

Günlük hayattaki örneklerle $\sigma = P/A$ bağıntısının yorumu

! Temel Bilgi

Bası veya çekme altında, ortalama normal gerilme iç kuvvetin kesit alanına oranı ile tanımlanır.

$$\sigma = \frac{F_{iç}}{A} \approx \frac{P}{A}$$

Malzeme cinsi doğrudan bu formülde yer almaz; önce yük ve alan gerilmeyi belirler. Dayanım yorumu ise malzeme ile yapılır.

1 İnce topuk – geniş taban



- Aynı ağırlık, daha küçük temas alanında daha büyük gerilme oluşturur.
- Bu nedenle ince topuk zemine daha fazla batar veya yüzeyde iz bırakır.

2 Kar ayakkabısı / kayak



- Temas alanı büyüdüğünde gerilme azalır.
- Bu yüzden kar ayakkabısı veya kayak, kar içine gömülmeyi azaltır.

3 Tasarımda köşe yuvarlatma ve geniş temas pabuçları



- Keskin temas bölgeleri yerel gerilmeleri artırabilir.
- Radyüs verme veya temas alanını büyütme, yerel hasar riskini azaltır.

⚙ Mühendislik Yorumu

- ✓ Küçük alan → büyük gerilme
- ✓ Büyük alan → küçük gerilme
- ✓ Tasarımda yalnızca kuvvet değil, temas geometrisi de önemlidir.
- ✓ Uygun geometri; dayanım, konfor ve güvenlik sağlar.

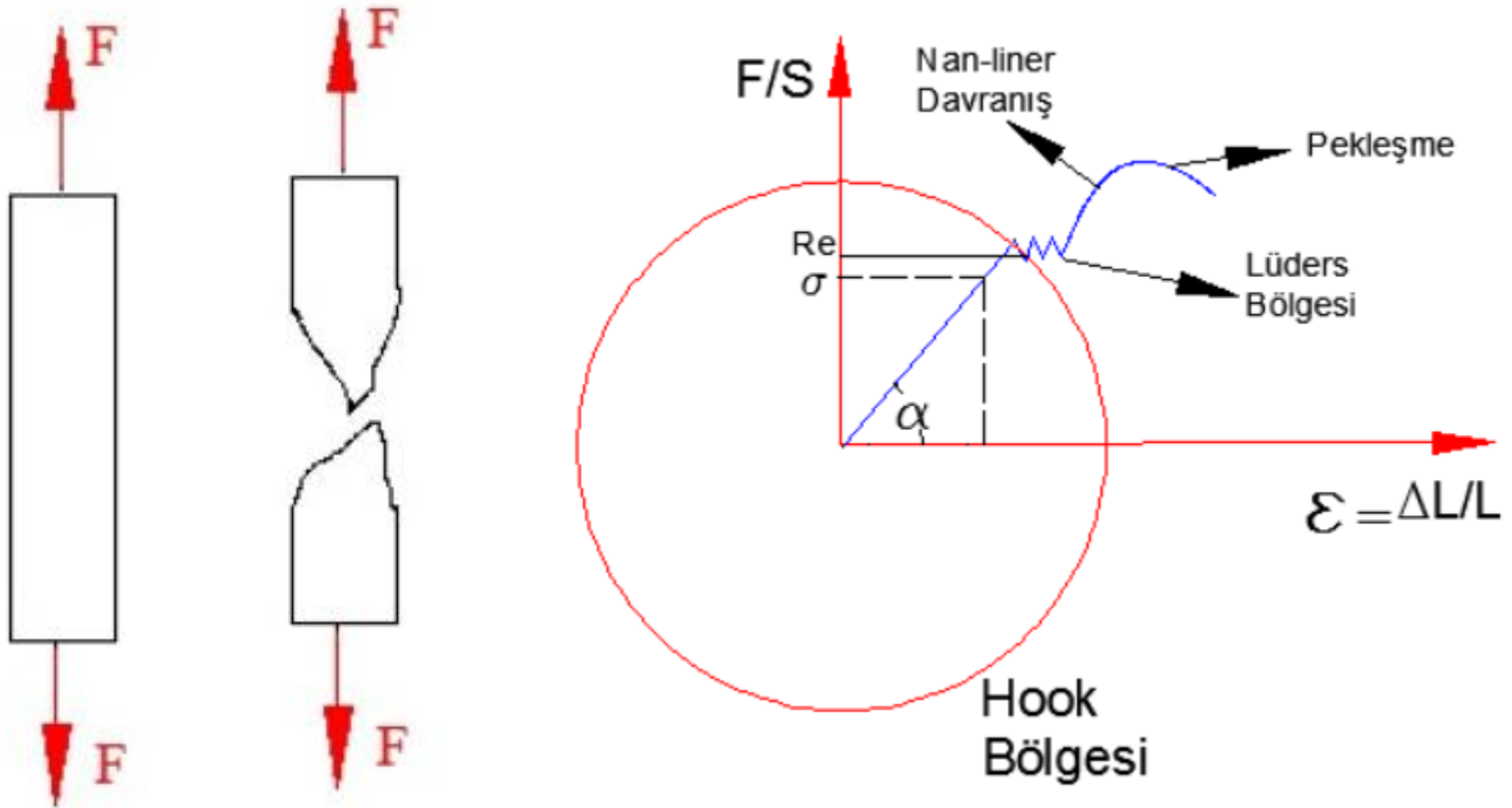


Özet:

Normal gerilmenin temel mantığı şudur: yük aynı kalsa bile alan değişirse gerilme değişir. Bu nedenle mühendislik tasarımında kesit ve temas alanı en az yük kadar kritiktir.

Basit bir bağıntı, pek çok mühendislik uygulamasında büyük fark yaratır.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar



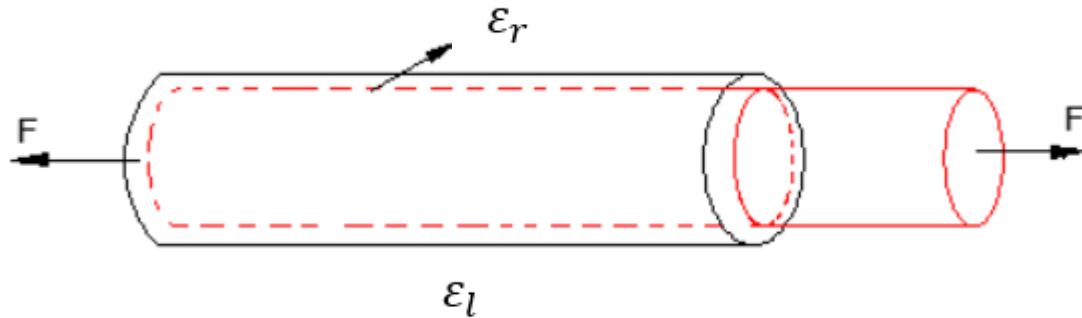
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

$$\tan \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Hooke Kanunu



Poisson
Oranı

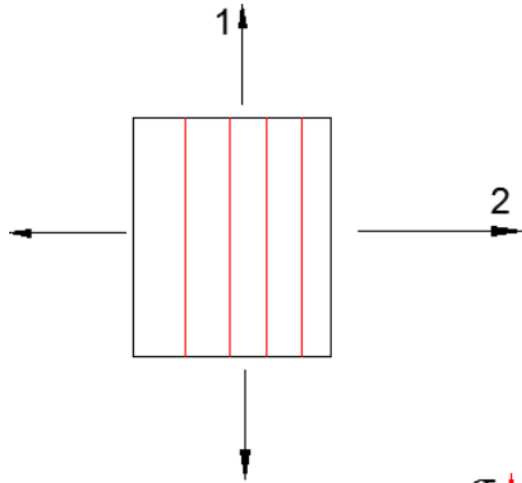
$$\nu = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_l}$$

Enine Daralma

Boyuna Uzama

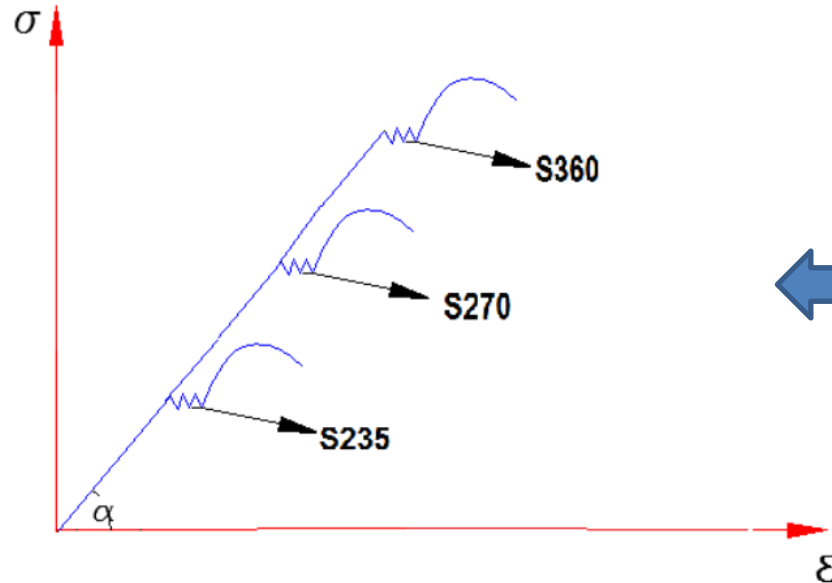
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

E ve ν malzemenin mekanik özellikleridir.



Örneğin ;
Sac malzemede kristaller
haddelenirken yönlendiği için 1 ve 2
yönündeki mukavemetler farklıdır.

Elastisite Modülü malzemede
sıcaklıkla değişir. $T \uparrow$ $E \downarrow$



Mukavemete Giriş ve Tanımlar **(3H)**

Çekme Deneyi;

Malzemelerin mekanik davranışları ile ilgili özellikleri çekme deneyi yardımıyla tespit edilebilir. Bu özellikler şunlardır ;

-Akma Mukavemeti

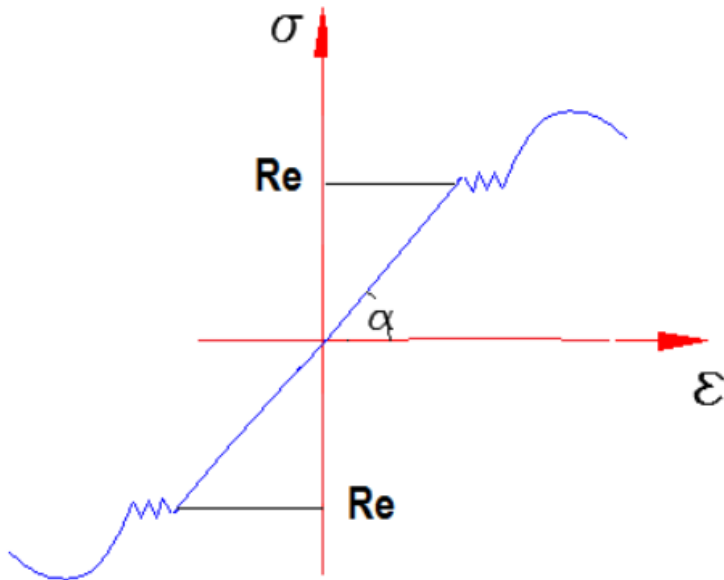
-Kopma Mukavemeti

-Elastisite Modülü

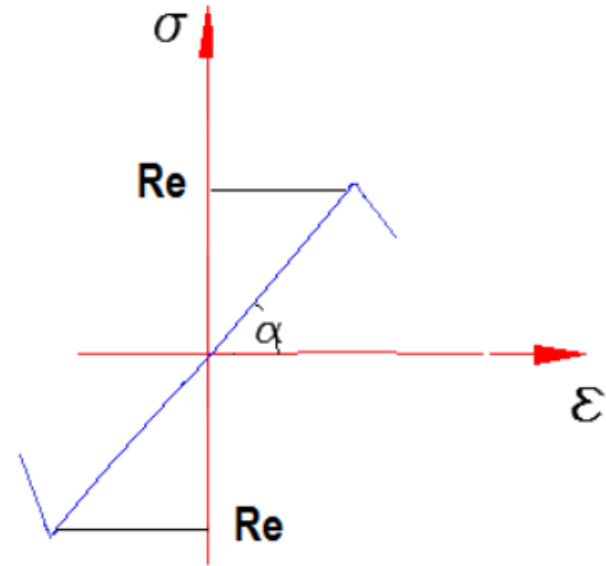
-Poisson Oranı

-Malzemelerin Sünek, Gevrek Olup Olmadığı, Tokluğu vb. Özellikleri

Mukavemete Giriş ve Tanımlar (3H)



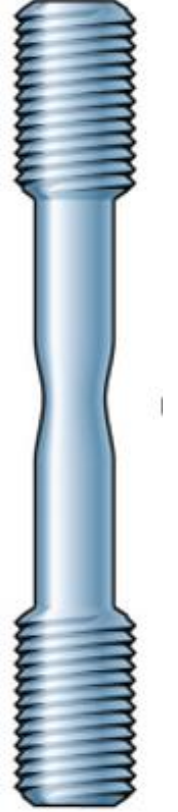
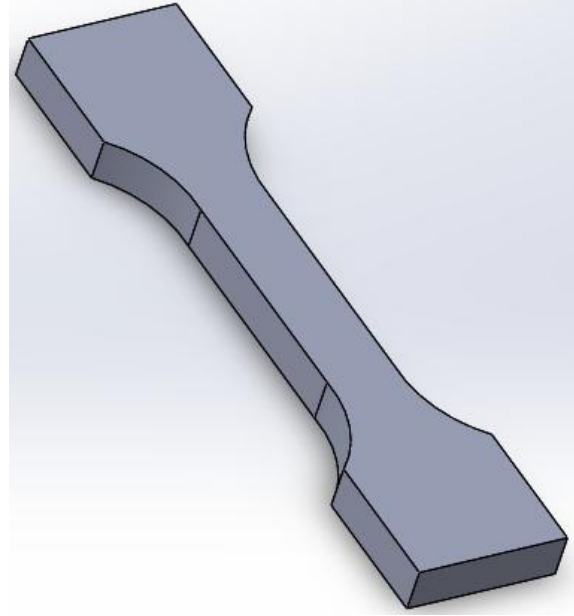
Sünek Malzeme
Çeki ve Bası Mukavemeti Aynı



Gevrek Malzeme
Bası Mukavemeti > Çeki Mukavemeti

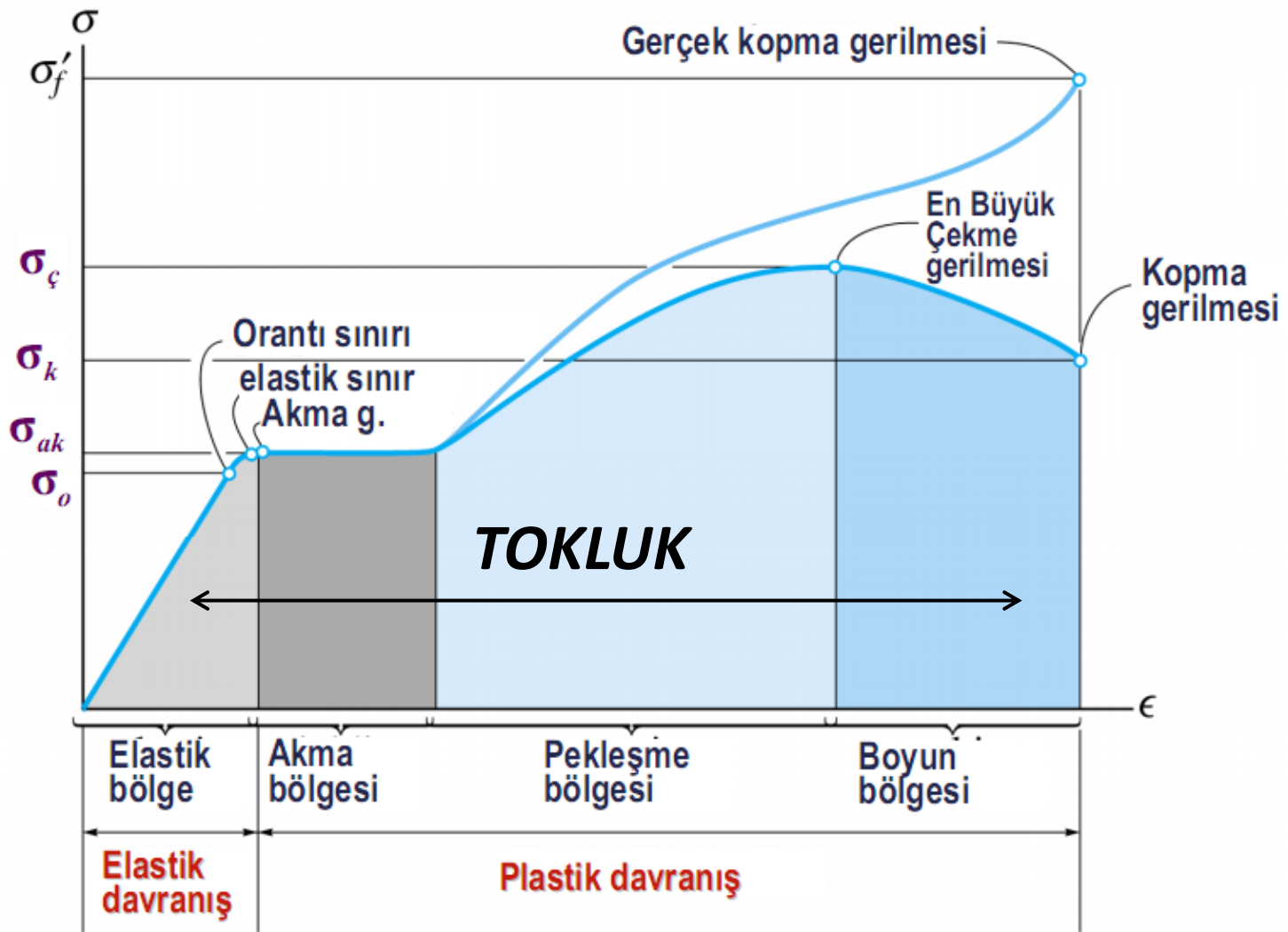
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Çekme Deneyi;

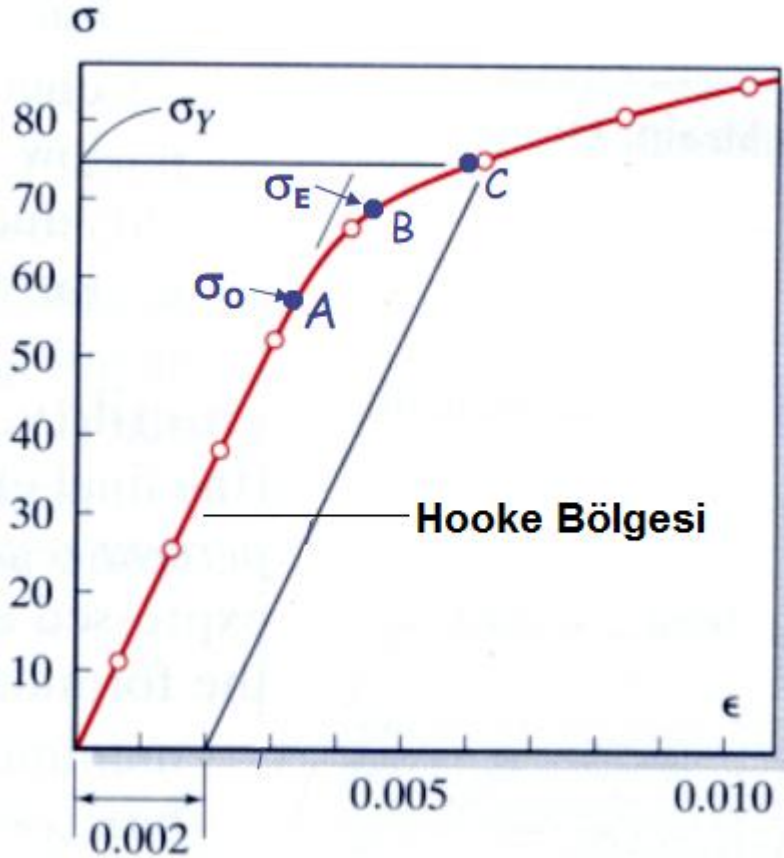


Çekme Deney Numuneleri

Mukavemete Giriş ve Tanımlar



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

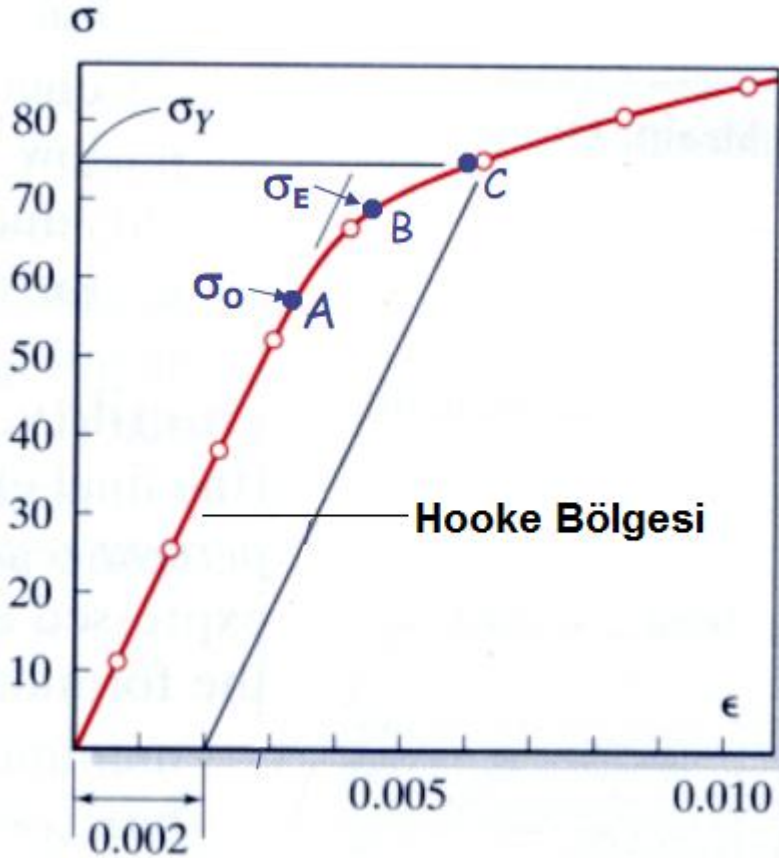


Akma Gerilmesi:

Plastik (kalıcı) şekil değiştirmenin başladığı gerilme seviyesine (C noktası) denir ve bir çok sünek malzeme belirgin bir akma gösterdiği için akma gerilmesi çekme diyagramından rahatlıkla tespit edilebilir.

Belirgin akma göstermeyen malzemeler için kaydırma yöntemi vardır. Şekil değiştirme noktasından elastik doğruya %0.2 paralel bir doğru çizilerek bulunur.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar



A'ya kadar olan kısım lineer bir bölgedir (Hooke bölgesi) ve gerilmenin şekil değiştirmeye oranı (bölgenin tanjantı) Elastisite Modülünü (E) verir.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\epsilon} = E \quad (\text{Hooke kanunu})$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

Geçerlilik şartı:

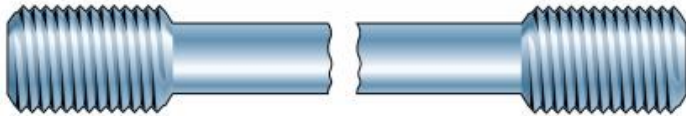
1. F kuvveti eksenel olmalı
2. Malzeme homojen olmalı
3. **C** noktasını geçmemeli

$$\Delta l = \frac{Fl}{AE}$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar



Sünek malzeme

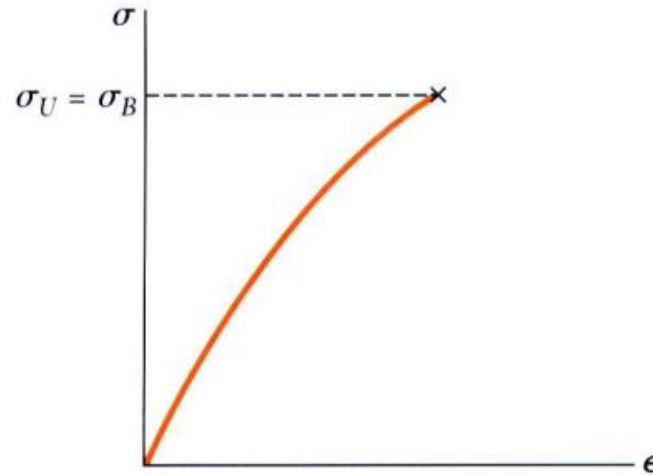


Gevrek malzeme

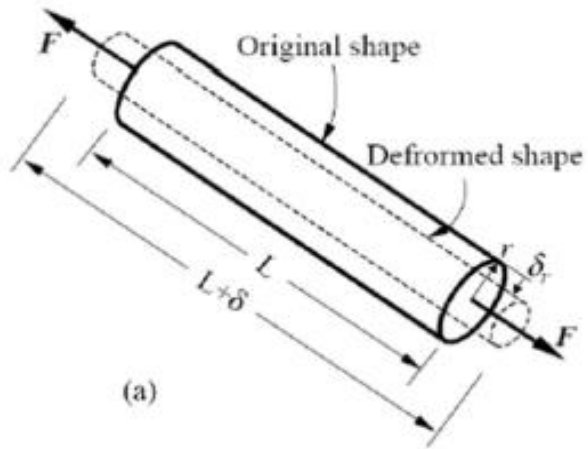
Poisson oranı:

Enine daralmanın boyuna daralmaya olan oranına denir.

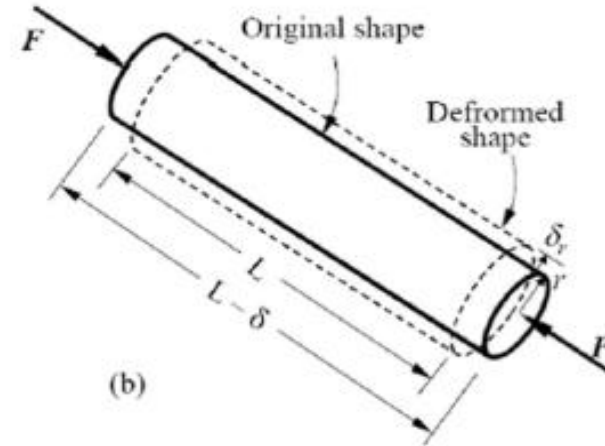
$$\nu = - \frac{\epsilon_{yanal}}{\epsilon_{eksenel}}$$



Poisson oranı



(a)



(b)

$$\varepsilon_{boyuna} = \frac{\delta}{L} \quad , \quad \varepsilon_{enine} = \frac{\delta_r}{r}$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{enine}}{\varepsilon_{boyuna}}$$

Poisson Oranı

Aynı Elastisite Modülü gibi Poisson Oranı da bir malzeme özelliğidir.

Tüm Mühendislik Malzemeleri için ;

$$0 \leq \nu \leq 0,5$$

Malzeme	Poisson Oranı
Çelik	0,29
Paslanmaz Çelik	0,3
Buz	0,33
Pirinç	0,33
Alüminyum	0,35
Bakır	0,37
Kurşun	0,44
Kauçuk	0,48-0,5

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Basınç mukavemeti genelde çekme mukavemetinden fazladır. Bunun sebebi malzemeler içerisinde mikro çatlaklar vardır. Çekmede malzeme bu çatlakların büyümesiyle kopar. Basınç durumunda bu çatlaklar açılmaz dolayısıyla mukavemeti büyük olur.

Betonun çekme mukavemeti düşük, basınç mukavemeti fazladır. Betonun çekme mukavemetini arttırmak için çelikle takviye yapılır.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Emniyet Gerilmesi ve Katsayısı;

Her malzemenin bir yük taşıma kapasitesi vardır. Yani malzemeye tesir eden dış yük belli bir değere ulaştığı zaman hasar meydana gelir. Hasar meydana getiren gerilmeye maksimum gerilme denir. Maksimum gerilme değeri malzemenin taşıma gücünü meydana getirir.

Malzemedede imalat bozuklukları, işçilik ve montaj hataları ile çalışma şartlarının değişkenliği gibi sebeplerle elemandaki maksimum gerilmenin akma sınırının birden büyük bir n katsayısına bölünmesi ile elde edilecek emniyet gerilmesini geçmemesi istenir.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Emniyet Katsayısı ve Emniyet Gerilmesi

Mukavemet | Mühendislik Mekanik

1. Tanım ve Amaç

- Bir makine veya yapının, beklenmeyen durumlarda da **güvenli** çalışabilmesi için, hesaplanan gerilmenin malzemenin izin verilen gerilmesinin altında kalması istenir.
- Bunun için deneysel olarak belirlenen malzeme dayanımı, bir **emniyet katsayısı (n)** ile bölünerek **emniyet gerilmesi ($\sigma_{emniyet}$)** tanımlanır.
- Emniyet katsayısı, belirsizlikleri ve beklenmeyen yükleme durumlarını dikkate alan bir **güvenlik payıdır**.

2. Temel Formüller

Emniyet katsayısı: $n = \frac{\sigma_{hasar}}{\sigma_{emniyet}}$ σ_{hasar} : Akma veya kırılma gerilmesi
 $\sigma_{emniyet}$: İzin verilen (emniyet) gerilmesi

Emniyet gerilmesi: $\sigma_{emniyet} = \frac{\sigma_{hasar}}{n}$

Tasarım şartı: $\sigma_{çalışma} \leq \sigma_{emniyet}$ veya $n = \frac{\sigma_{hasar}}{\sigma_{çalışma}} \geq n_{min}$

5. Örnek Problem



Bir inşaat sahasında, aşağıdaki beton plakayı 4 adet çelik halatla taşımak istenmektedir. Sistemin emniyetli çalışması için emniyet katsayısı $n = 3$ alınacaktır.

Veriler:

- Beton plaka kütlesi : 4.000 kg
- Toplam ağırlık : $W = 4.000 \times 9,81 = 39.200$ N
- Yükü 4 halat taşımaktadır (eşit paylaşım)
- Halat malzemesi : Çelik (akma gerilmesi $\sigma_y = 800$ MPa)
- Emniyet katsayısı : $n = 3$

3. Neden Emniyet Katsayısı Kullanılır?



Malzeme özelliklerindeki belirsizlikler (üretim toleransları, ısıtım farklılıkları)



Yüklerdeki belirsizlikler (kullanım sırasında değişken yükler, dinamik etkiler)



Analizlerdeki kabuller ve basitleştirmeler



Tekrarlı yüklemeler (yorulma etkisi)



Montaj ve kullanım sırasında oluşabilecek hasarlar



Çevresel etkiler (sıcaklık, korozyon, nem vb.)



Can ve mal güvenliği gereklilikleri



Makinenin fonksiyonunu uzun süre güvenle yerine getirmesini sağlamak

4. Günlük Hayattan Örnek



Köprüler, üzerlerinden geçecek araçların maksimum yükünden çok daha fazla yük taşıyacak şekilde tasarlanır. Böylece beklenenden ağır araçlar, rüzgâr, deprem gibi etkiler olsa bile güvenli kalır.

Gerçek yük < Emniyetli kapasite
→ **Güvenli tasarım**

6. Tipik Emniyet Katsayıları (n)

Uygulama	n (yaklaşık)
Statik yük, iyi bilinen şartlar	1,5 – 2
Statik yük, belirsizlik varsa	2 – 3
Dinamik yük / darbe	3 – 5
Yorulma (tekrarlı yük)	3 – 6
Kaldırma elemanları (halat, zincir vb.)	4 – 6
Can güvenliği içeren sistemler	5 ve üzeri



Unutma!

Emniyet katsayısı, sadece sayısal bir değer değil, güvenli, dayanıklı ve uzun ömürlü tasarımın temel aracıdır.

Hesap:

1 Halat başına düşen çekme kuvveti:
 $T = \frac{W}{4} = \frac{39.200}{4} = 9.800$ N

2 Emniyet gerilmesi:
 $\sigma_{emniyet} = \frac{\sigma_y}{n} = \frac{800}{3} = 267$ MPa

3 Gerekli kesit alanı:
 $A = \frac{F}{\sigma_{emniyet}} = \frac{9.800}{267 \times 10^6} = 3,67 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
 $A = 36,7 \text{ mm}^2$

4 Halat çapı (dairesel kesit):
 $d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 36,7}{\pi}} \approx 6,8 \text{ mm}$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

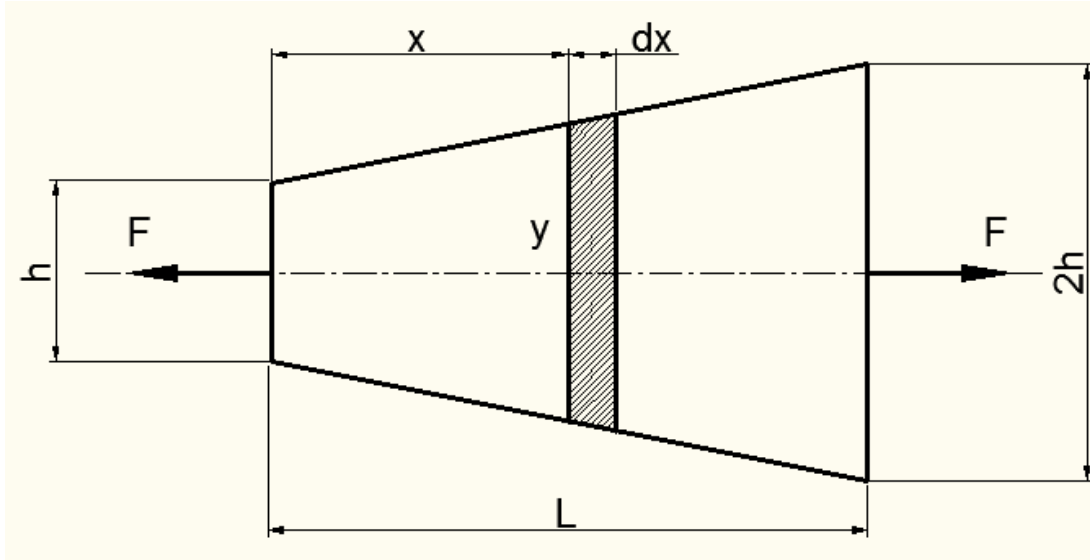
Sünek malzemeler için: $\sigma_{emniyet} = \frac{\sigma_{akma}}{n_1} \quad 1,5 < n_1 < 2,5$

Gevrek malzemeler için: $\sigma_{emniyet} = \frac{\sigma_{kopma}}{n_2} \quad 2,5 < n_2 < 4$

*Emniyet katsayılarının tespitinde yapıya etki eden dış yüklerinin iyi bilinip bilinmemesi, gerilmelerin hesabındaki kesinlik derecesi söz konusu yapının hasarı ve başarısızlığı halinde doğacak risk seviyesi, malzemenin homojen olup olmaması gibi faktörler göz önüne alınır. **Aynı malzeme için bile çekme sonucu farklı çıkabilir!!!!!!!!!!!!!!***

Basit Mukavemet Halleri

Değişken kesitli Çubuklar;



Şekildeki değişken kesitin kalınlığı b olsun. Bu çubuk, aksenal F kuvveti tesirinde normal gerilmesi kesit alınarak hesaplanabilir.

$$y = h + \frac{h}{L}x$$

$$A_x = b \cdot y = b \cdot \left(h + \frac{h}{L}x\right)$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Değişken Kesitli Çubuklar;

$$\sigma_x = \frac{F}{A_x} = \frac{FL}{bh(1+x)}$$

Bu çubuğun dx kadar parçasının uzaması d(Δl) ile gösterelim. Hooke kanununa göre şekil değiştirme;

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$



$$\int_0^{\Delta l} d(\Delta l) = \int_0^L \frac{FL}{Ebh(1+x)}$$

$$\frac{d(\Delta l)}{dx} = \frac{FL}{Ebh(1+x)}$$



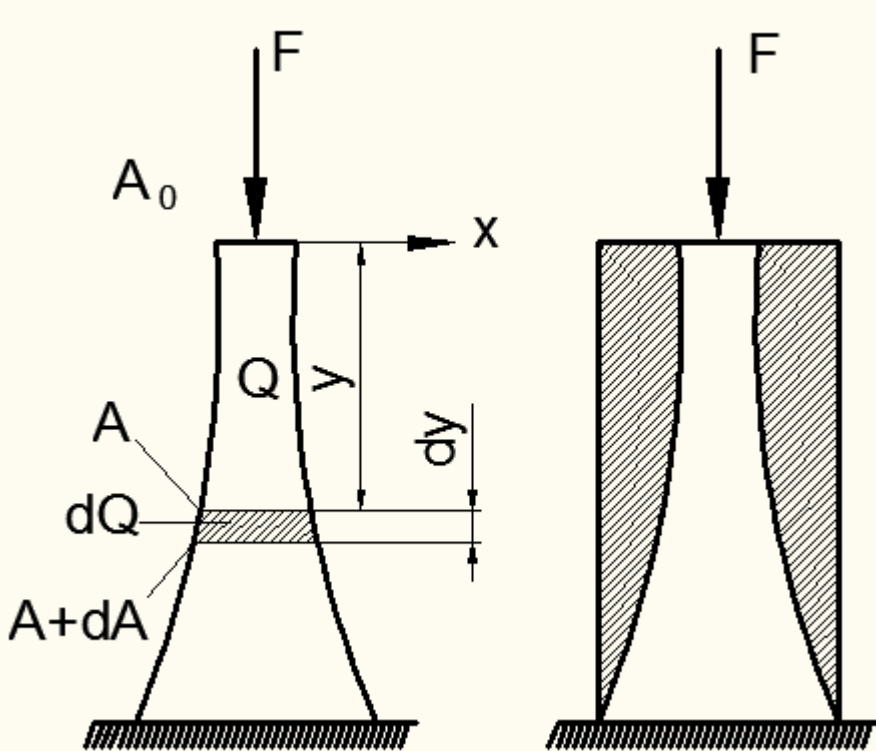
$$\Delta l = \frac{FL}{bhE} \ln 2$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Eşit Mukavemetli Çubuklar;

Bir mühendisin aynı anda düşünmesi gerektiği «**sağlamladık**» ve «**ekonomiklik**» şartını sağlayacak şekilde çubuk kesitini tayin etmesi gereklidir.

Çubuk ucunun aşağısındaki kesitlerde, özağırlığın tesiri ile gerilmeler artmaktadır. İşte malzemedan tasarruf etmek için çubuğun kesiti, uçundan aşağıya doğru genişleyecek ve her y mesafesindeki kesitin gerilmesi, emniyet gerilmesine eşit olacak şekilde tayin edilirse bu çubuğa eşit mukavemetli çubuk denir.



$$A = A_0 \cdot e^{\frac{\gamma}{\sigma_0} \cdot y}$$

Problem Çözümü

Örnek : Verilen çubuk F kuvvetini taşıyabilir mi ?

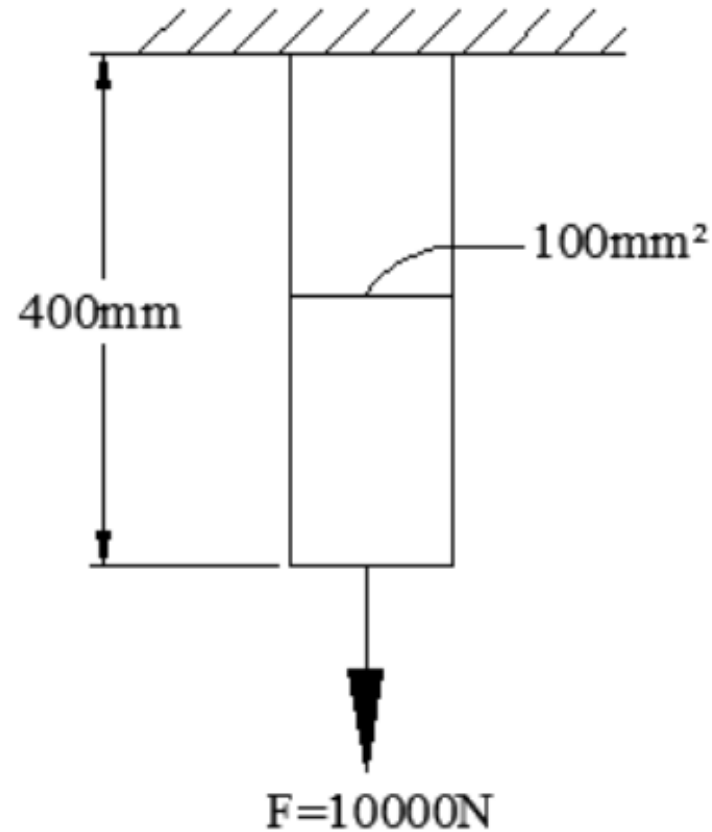
$L=400\text{ mm}$

$S=100\text{ mm}^2$

$F=10000\text{ N}$

$E=2 \cdot 10^5\text{ N/mm}^2$

$\sigma_e=120\text{ N/mm}^2$



Çözüm :

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{10000}{100} = \mathbf{100} \frac{N}{mm^2}$$

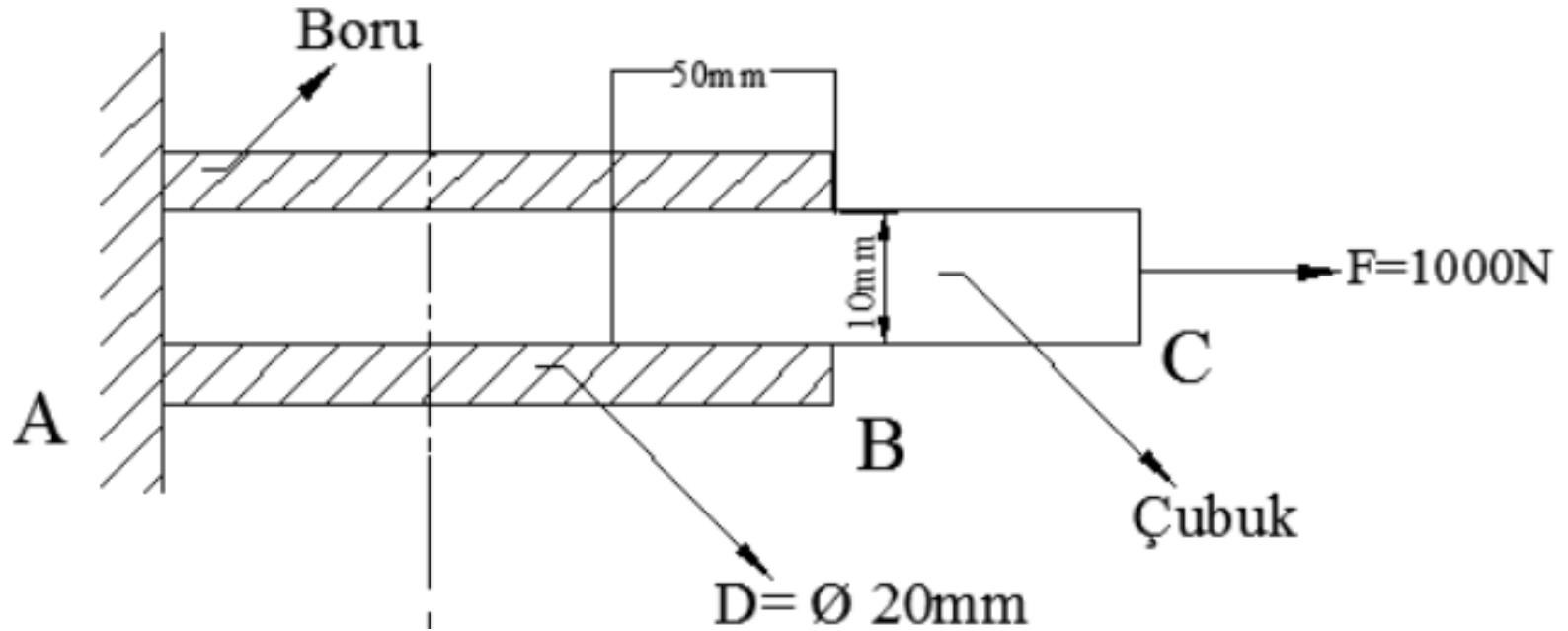
$$\mathbf{100} \frac{N}{mm^2} \leq \sigma_e = \mathbf{120} \frac{N}{mm^2} \quad \text{Sistem EMNİYETLİ}$$

Eğer $Re=240 \text{ N/mm}^2$ olan malzemedен yapılmışsa $n=?$

$$\sigma_e = \frac{Re}{n} \quad 120 = \frac{240}{n} \quad \mathbf{n = 2}$$

Örnek: Çubuklarda meydana gelen gerilmeleri bulun ?

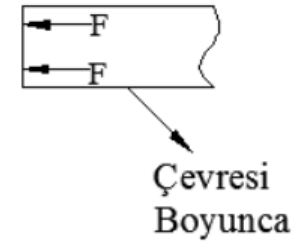
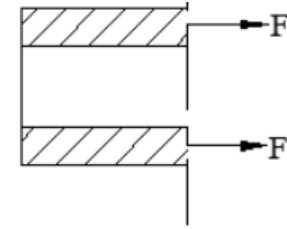
$$\sigma_e = 100 \text{ N/mm}^2$$



Çözüm :

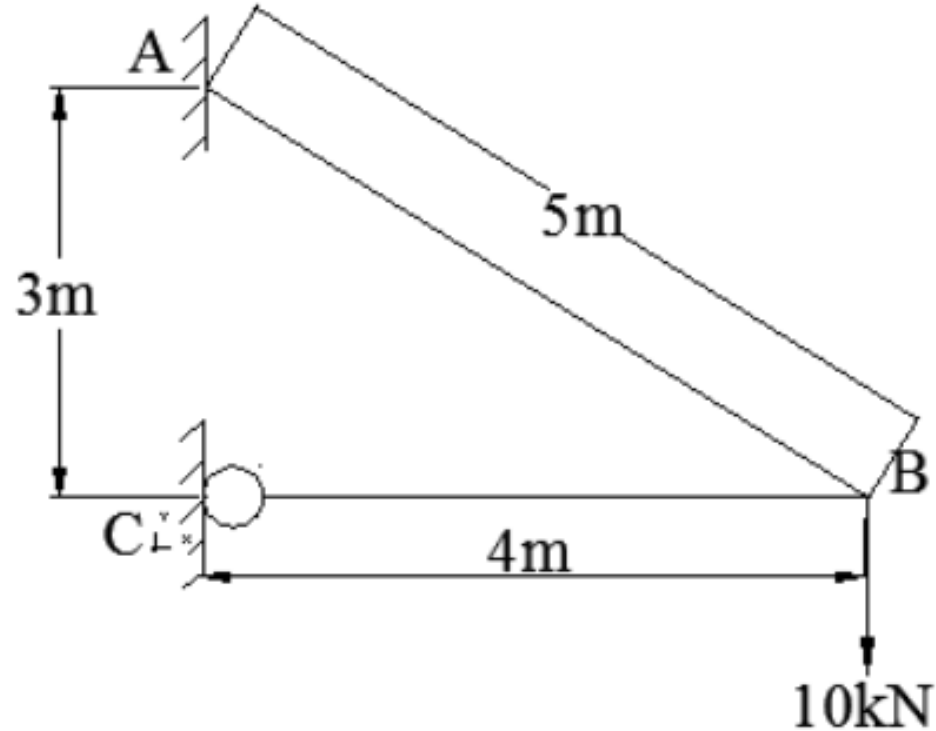
$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{10000}{\frac{\pi}{4}(20^2 - 10^2)} = 400 \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{10000}{\pi d L} = \frac{10000}{\pi \cdot 10 \cdot 50} = 6,37 \frac{N}{mm^2}$$



Örnek :

- a) AB ve BC çubuklarında doğan çubuk kuvvetlerini bulunuz.
- b) $S_{AB}=S_{BC}=500\text{mm}^2$ ise $\sigma_{AB}=?$ ve $\sigma_{BC}=?$
- c) AB çubuğunun boyundaki uzamayı bulunuz .
($E=2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$)



Çözüm :

a) $\sum Fy = 0$
 $F_{AB} \cdot \frac{3}{5} - 10 \text{ kN} = 0$

$$F_{AB} = \frac{50}{3} \text{ kN}$$

$$\sum Fx = 0$$

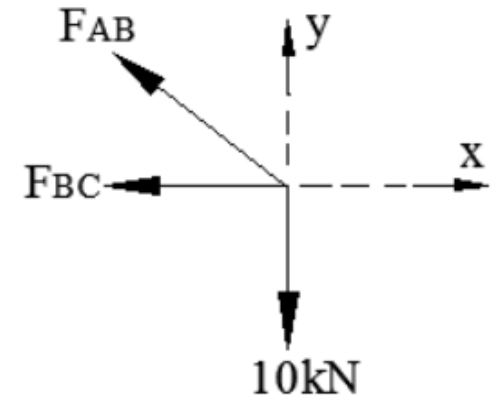
$$-F_{BC} - F_{AB} \cdot \frac{4}{5} = 0$$

$$F_{BC} = -\frac{40}{3} \text{ kN}$$

b) $\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{S_{AB}} = \frac{50000}{3.500} = 33,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

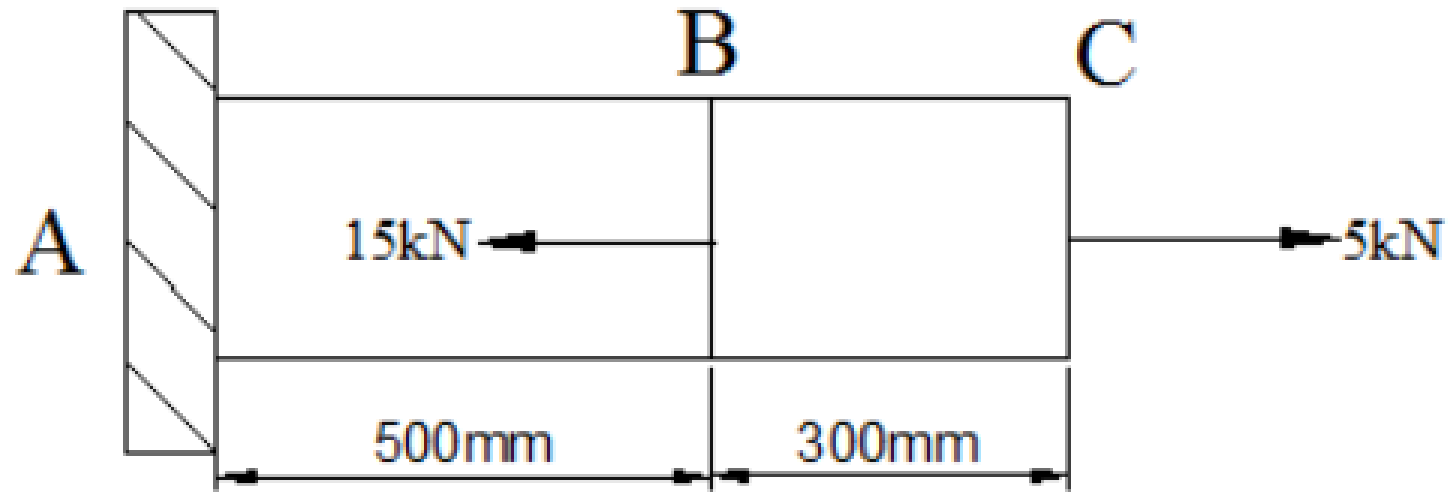
$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{S_{BC}} = \frac{-40000}{3.500} = -26,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

c) $\Delta l = \frac{F_{AB} \cdot L_{AB}}{S_{AB} \cdot E} = \frac{50000 \cdot 5000}{3.500 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,8 \text{ mm}$



Örnek : Çubuğun boyundaki değişimi bulunuz .

$$S=50 \text{ mm}^2 \quad E=200 \text{ GPa}$$



Çözüm :

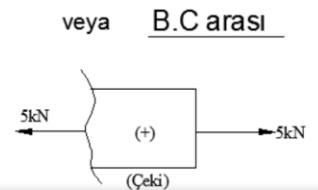
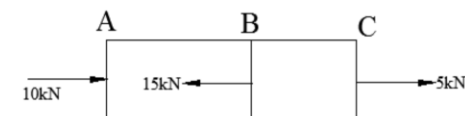
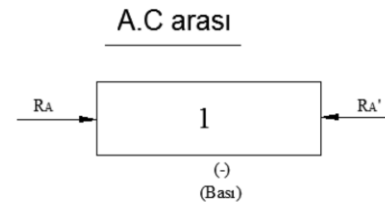
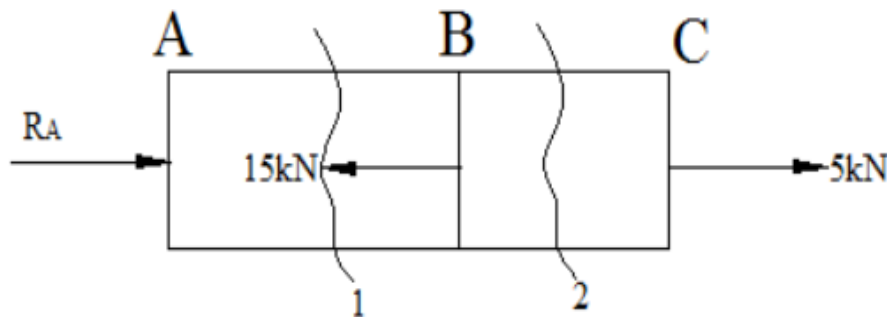
A-C Arası
$$\Delta L_1 = -\frac{R_A \cdot L_{AB}}{A \cdot E} = -\frac{10 \cdot 10^3 \cdot 500}{50 \cdot 200 \cdot 10^3}$$

$$\Delta L_1 = -0,5mm \quad \text{“KISALMA”}$$

B-C Arası
$$\Delta L_2 = -\frac{R_B \cdot L_{BC}}{A \cdot E} = -\frac{5 \cdot 10^3 \cdot 300}{50 \cdot 200 \cdot 10^3}$$

$$\Delta L_2 = 0,15mm \quad \text{“UZAMA”}$$

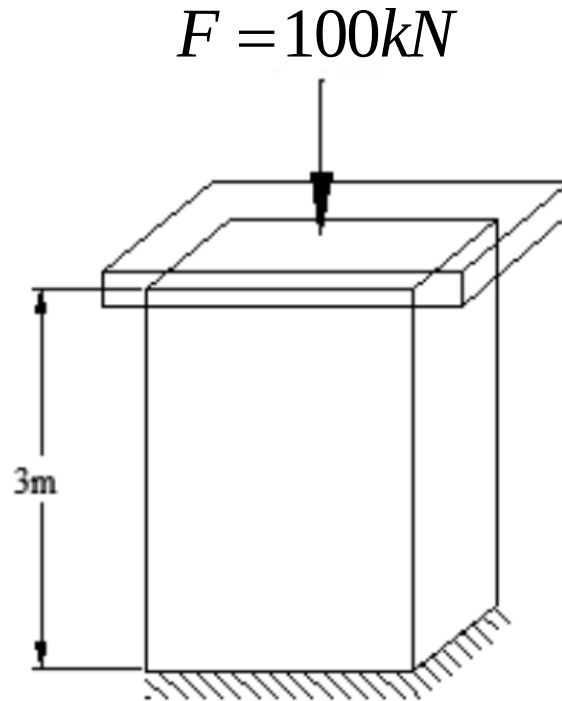
ÇUBUKTAKİ TOPLAM BOYUT DEĞİŞİMİ
$$\Delta L_T = -0,5 + 0,15 = -0,35mm \quad \text{“KISALMA”}$$



Örnek : Verilen şartlarda verilen kolonda betona ve çeliğe gelen kuvveti bulunuz.

$$A_b = 350mm^2 \quad E_b = 1.10^5 N/m m^2$$

$$A_ç = 50mm^2 \quad E_ç = 2.10^5 N/m m^2$$



Çözüm :

$$F_{\zeta} + F_B = 100kN$$

$$\Delta L_{\zeta} = \Delta L_B \text{ (Çelik ve Beton aynı oranda kısılacığından)}$$

$$\frac{F_{\zeta} \cdot L_{\zeta}}{A_{\zeta} \cdot E_{\zeta}} = \frac{F_B \cdot L_B}{A_B \cdot E_B} \Rightarrow \frac{F_{\zeta} \cdot 3000}{50 \cdot 2 \cdot 10^5} = \frac{F_B \cdot 3000}{350 \cdot 1 \cdot 10^5} \Rightarrow 35 \cdot F_{\zeta} = 10 \cdot F_B$$

$$F_B = 3,5 \cdot F_{\zeta}$$

$$F_{\zeta} + F_B = 100kN$$

$$F_{\zeta} + 3,5 \cdot F_{\zeta} = 100kN$$

$$F_{\zeta} = 22,2kN$$

$$F_B = 77,8kN$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar (4H)

Termik Gerilmeler;

*Metaller ve bunlardan üretilmiş yapı elemanları ısı aldıklarında sıcaklıkları artar ve genişlerler, ısı kaybettiklerinde ise sıcaklıkları düşer ve büzülürler. Eğer sıcaklıkları değiştikleri halde bu elemanların serbestçe şekil değiştirmelerine engel olunursa içlerinde gerilme doğar. Bu gerilmelere «**termik gerilmeler**» denir.*

l boyundaki bir çubuk Δt sıcaklığında ısıtıldığında;

$$(\Delta l)_{\text{ter}} = \alpha l \Delta t \quad \alpha = \text{Çubuk malzemesinin ısı genleşme katsayısıdır.}$$

Sıcaklıktan dolayı meydana gelen gerilme;

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \alpha \Delta t \quad \sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

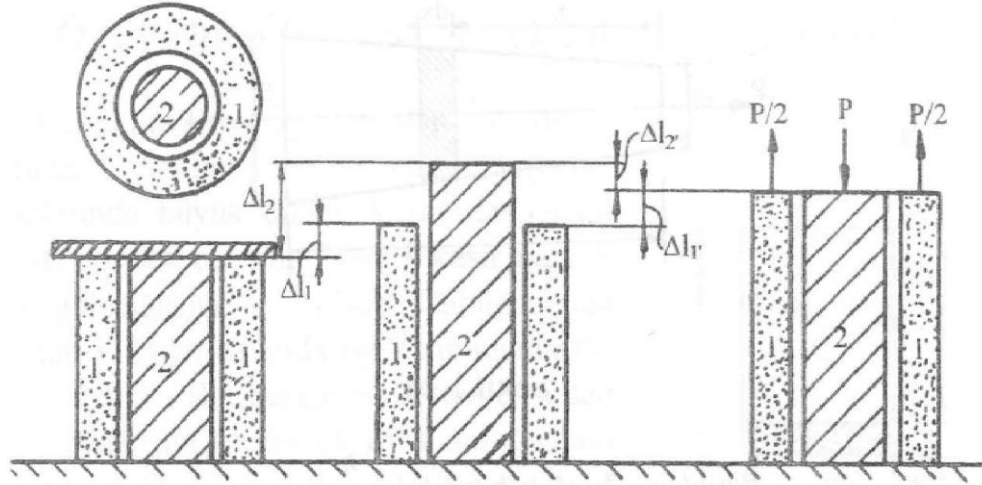
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Termik Gerilme Şöyle Hesaplanır;

Önce elemanın önündeki engel (veya bir tarafındaki engel) kaldırılarak Δt sıcaklık farkından dolayı serbestçe uzayabildiği miktar $(\Delta l)_{ter}$ bulunur. Daha sonra bu miktarı sıfırlayacak olan kuvvet hesaplanır. Bu kuvvetten doğan gerilme termik gerilmedir.

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Kompozit Çubuklarda Termik Gerilmeler;



İç içe geçirilmiş farklı ısı iletim katsayılarına sahip iç içe geçmiş iki adet boru (bakır-çelik) düşünelim. Bunların beraber hareket etmelerini sağlayacak biçimde üstten rijit bir plaka ile irtibatlı olsun. Ortam Δt sıcaklık farkı kadar ısıtıldığında 1 ve 2 numaralı elemanlardaki deplasmanlar;

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

Kompozit Çubuklarda Termik Gerilmeler;

Bu durumda üstteki plakadan dolayı bakırın şekil değiştirmesi çeliğin şekil değiştirmesine eşit olacaktır.

$$(\Delta l_2 - \Delta l_1) = (\Delta l'_2 + \Delta l'_1)$$

$$\Delta l_{\text{bakır}} = \Delta l_{\text{çelik}}$$

Gerekli değerler yerine yazıldığında ve P çekilirse;

$$\Delta t(\alpha_2 - \alpha_1) = P \left(\frac{1}{A_1 E_1} + \frac{1}{A_2 E_2} \right) \Rightarrow P = \frac{A_1 E_1 A_2 E_2}{A_1 E_1 + A_2 E_2} \Delta t(\alpha_2 - \alpha_1)$$

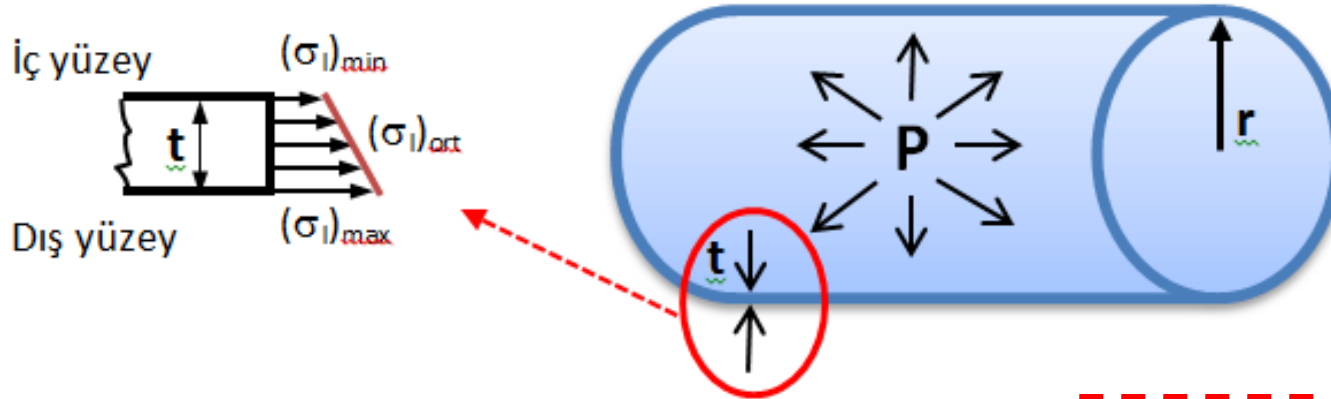

$$\sigma_1 = \frac{P}{A_1} \text{ (çekme)}$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{A_2} \text{ (bası)}$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

İnce Cidarlı Kaplarda Basıncıtan Doğan Gerilmeler;

*Silindirik veya küresel basınçlı bir kaptaki t/r oranı, σ normal gerilmesinin, kalınlık boyunca yaklaşık olarak sabit kalmasını sağlayacak kadar küçükse böyle kaplara «**ince cidarlı kaplar**» denir.*

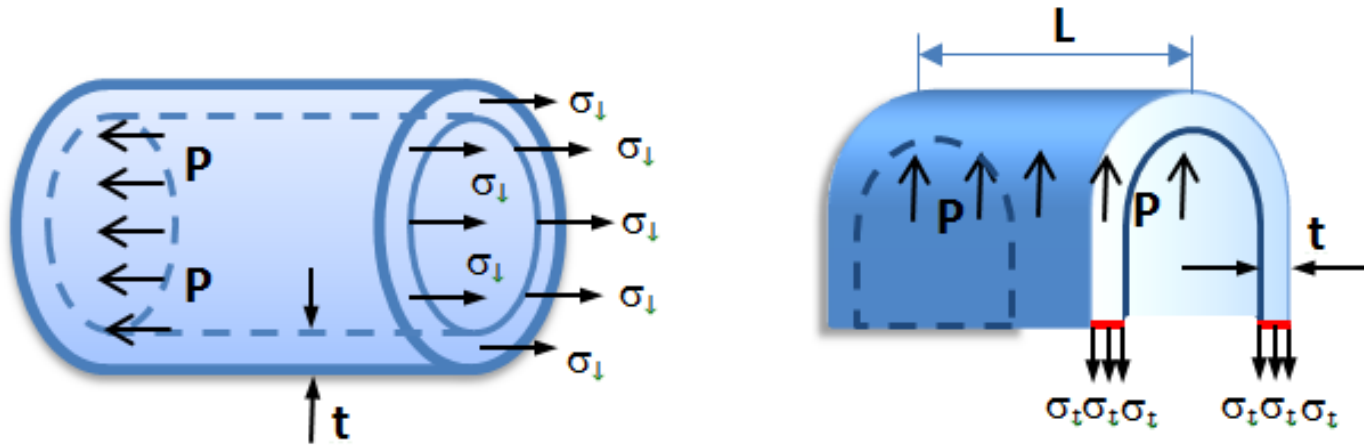


Normal gerilmenin maksimum değeri ortalama değerinden %5'den daha büyük olamaz.

$$\frac{t}{r} < 0,1$$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

İnce Cidarlı Kaplarda Basıncıtan Doğan Gerilmeler;



İnce cidarlı kaplarda eksenel gerilme (σ_l), kabın eksenel dengesi yazılarak, Teğetsel gerilme (σ_t) L boyunda borunun radyal dengesi yazılarak bulunabilir.

$$\sum F_x = -P \cdot (\pi r^2) + 2\pi r t \sigma_l = 0 \quad \left| \quad \sum F_y = (2rl) \cdot P - (2lt) \cdot \sigma_t = 0\right.$$

$\sigma_l = \frac{Pr}{2t}$

$\sigma_t = \frac{Pr}{t}$

Mukavemete Giriş ve Tanımlar

İnce Cidarlı Kaplarda Basınçtan Doğan Gerilmeler;

Sonuçtan da anlaşılacağı gibi teğetsel gerilmenin boylamasına gerilmeye göre iki kez daha büyük olduğu anlaşılmaktadır. Dizaynda yapılırken, boylamasına yapılacak kaynağın veya bağlantının, teğetsel olarak yapılacak olandan «2» kez daha sağlam olmalıdır. İç basınçtan dolayı patlayan ince cidarlı kaplarda patlak daima eksene paraleldir. Ayrıca burada herhangi bir kayma gerilmesi yoktur.

Bu formüller sadece iç basınca maruz kaplar için geçerlidir.

Çevresi πD olan halkanın, Δt kadar ısıtıldıktan sonraki çevresi $\pi D + \pi D \alpha \Delta t$ olur. Diğer taraftan bu çevre ΔD çap artışına bağlı olarak $\pi(D + \Delta D)$ şeklinde ifade edilebilir. Buna göre çap değişimi;

$$\pi(D + \Delta D) = \pi D + \pi D \alpha \Delta t$$

$$\boxed{\Delta D = D \alpha \Delta t}$$

İç Basıncından dolayı Çaptaki Değişme:

Silindirik kaba ait birim bir halka içten P üniform basıncına maruz bırakılırsa,

D çapı ΔD kadar artar. Bu durumda halka çevresinin birim uzaması:

$$\epsilon_r = \frac{\pi(D + \Delta D) - \pi D}{\pi D} = \frac{\sigma}{E} = \frac{PD}{2Eh} \quad \text{ve} \quad \text{buradan} \quad \Delta D = \frac{PD^2}{2Eh}$$

şeklinde bulunur.

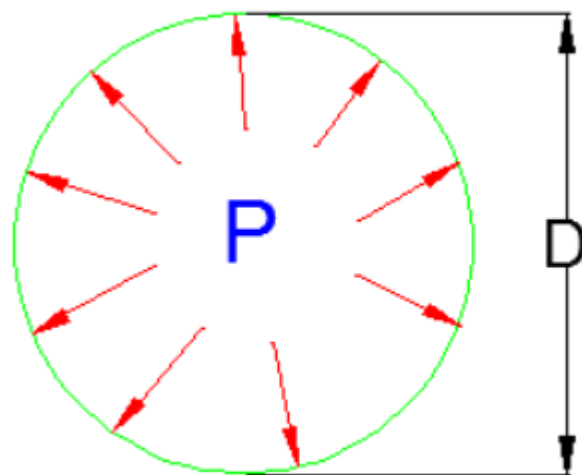
Mukavemete Giriş ve Tanımlar

İnce Cidarlı Kaplarda ısınmadan dolayı çaptaki değişim;

Çevresi πD olan halkanın, Δt kadar ısıtıldıktan sonraki çevresi $\pi D + \pi D \alpha \Delta t$ olur. Diğer taraftan bu çevre ΔD çap artışına bağlı olarak $\pi(D + \Delta D)$ şeklinde ifade edilebilir. Buna göre çap değişimi;

$$\pi(D + \Delta D) = \pi D + \pi D \alpha \Delta t$$

$$\boxed{\Delta D = D \alpha \Delta t}$$



Örnek :Şekildeki ankastre iki çubuk arasında 10°C 'de 3mm boşluk vardır.

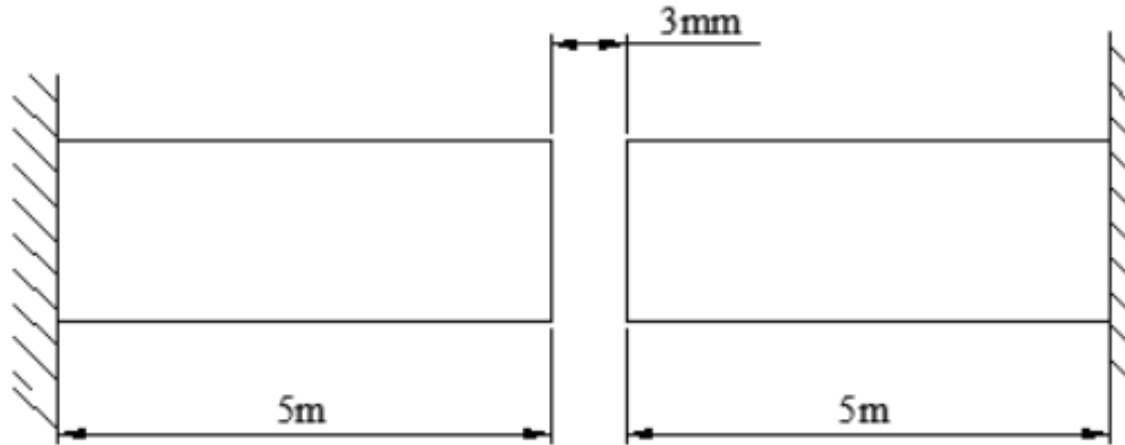
a) Hangi sıcaklık derecesinde uçlar birbirine temas eder ?

b) Sıcaklık 50°C 'ye çıktığında çubuklarda meydana gelen gerilmeleri hesaplayınız.

$$T_0 = 10^{\circ}\text{C}$$

$$\alpha_{\text{ç}} = 12 \cdot 10^{-6} 1/^{\circ}\text{C}$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m m}^2$$



Çözüm :

a)
$$\Delta L = \frac{3}{2} = 1,5mm$$

$$\Delta L = \alpha.l.\Delta T \quad (\text{Çubukların boyu eşit olduğu için})$$

$$1,5 = 12.10^{-6}.5000.(T - T_0)$$

$$1,5 = 12.10^{-6}.5000.(T - 10) \quad T = 35^{\circ}C$$

b) $T=50^{\circ}C$ için ;

$$\sigma = E.\alpha.l.\Delta T$$

$$\sigma = 2.10^5.12.10^{-6}.5000.(T - 35) \quad 35^{\circ}C \text{ 'den sonra gerilme meydana geliyor.}$$

$$\sigma = 36N / mm^2$$

Örnek : Şekildeki sistemde yayın sıcaklığı sabit kalmak şartıyla ankastre çubuğun sıcaklığı $\Delta T = 55^{\circ}C$ arttırılması halinde çubukta doğan gerilmeyi ve yayın kısalmasını bulunuz.

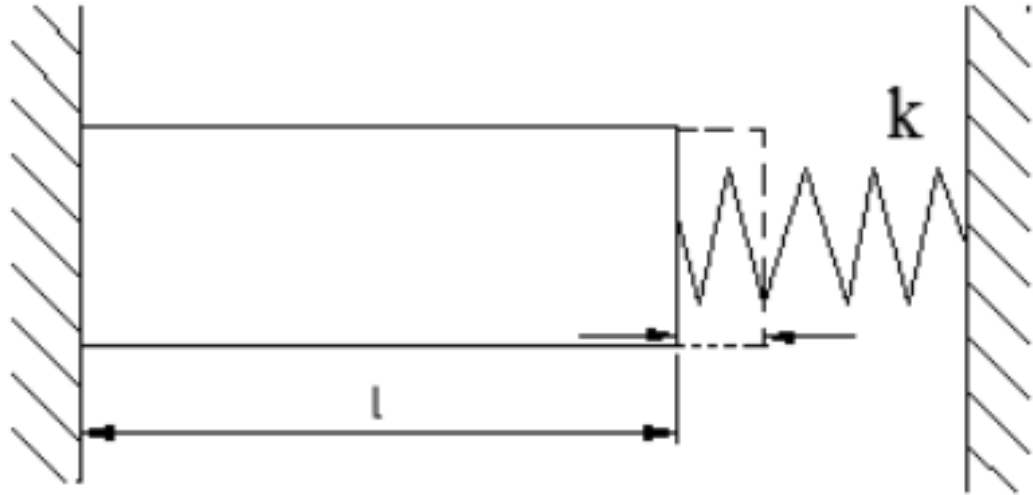
$$K = 20k \text{ N/cm}$$

$$\alpha_{\text{ç}} = 12 \cdot 10^{-6} 1/^{\circ}C$$

$$E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/mm}^2$$

$$l = 200 \text{ cm}$$

$$S = 2 \text{ cm}^2$$



Çözüm :

$$\Delta l_{\zeta} = \alpha.l.\Delta T - \frac{F.l}{S.E}$$

$$\Delta l_{yay} = \frac{F}{k}$$

$$\alpha.l.\Delta T - \frac{F.l}{S.E} = \frac{F}{k}$$

$$12.10^{-6}.200.55 - \frac{F.200}{2.2.10^7} = \frac{F}{20.10^3} \Rightarrow F = 2400N$$

$$\sigma = \frac{F}{s} \Rightarrow \sigma = 1200N / cm^2$$

$$\Delta l_{yay} = \frac{F}{k} = \frac{2400}{20.10^3} = 0,2cm$$

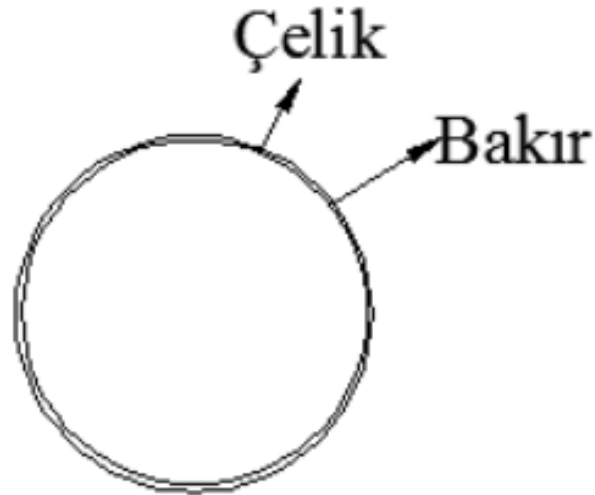
Örnek : Şekilde görülen biri bakır biri çelik iki boru iç içe geçirilerek ΔT kadar ısıtılırsa , bakır ve çelik borularda gelecek gerilmeleri bulunuz.

$$t_b = 20mm \quad \alpha_b = 16.10^{-6} 1/^{\circ}C$$

$$t_{\text{ç}} = 10mm \quad \alpha_{\text{ç}} = 12.10^{-6} 1/^{\circ}C$$

$$E_b = 100GPa \quad \Delta T = 100^{\circ}C$$

$$E_{\text{ç}} = 200GPa \quad D = 2000mm$$

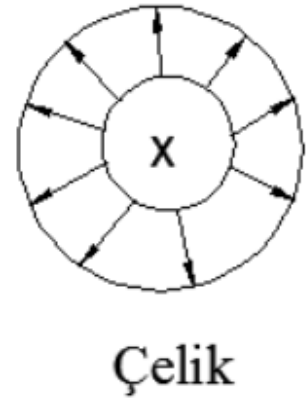
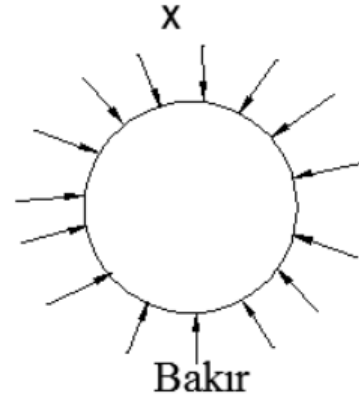


Çözüm : İkisinde çap olarak büyümeleri eşit olacaktır. Bakırda çelikte ısıdan dolayı ΔL kadar genişleyecektir.

$$\Delta L_{\zeta} = \Delta L_B$$

$$\alpha_{\zeta}.D.\Delta T + \frac{x.D^2}{2.t.E} = \alpha_B.D.\Delta T - \frac{x.D^2}{2.t.E}$$

$$x = 0,4MPa$$

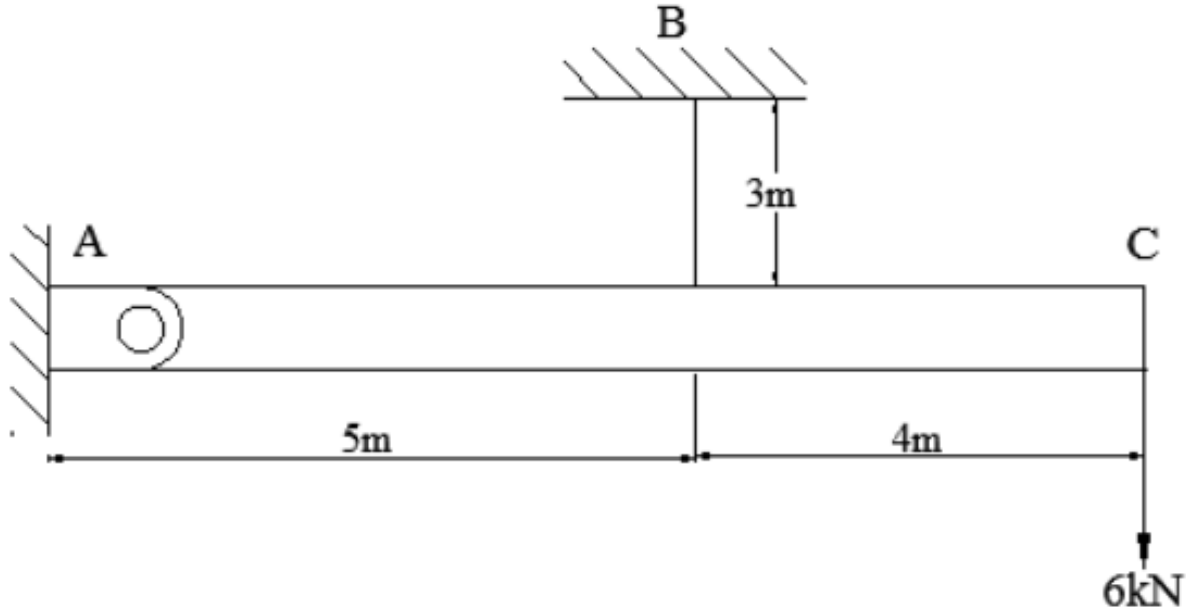


$$\sigma_{\zeta} = \frac{x.D}{2.t_{\zeta}} = 40MPa$$

$$\sigma_B = \frac{x.D}{2.t_B} = -20MPa$$

Genel Problem Çözümü

Örnek : Şekilde görüldüğü gibi A noktasına mafsalla bağlanan rijit bir çubuk B noktasından çelik bir telle asılmış olup C ucunda 6 kN'lık düşey bir yük taşımaktadır. Çelik teldeki gerilmeyi ve C noktasının düşey yer değiştirmesini bulunuz.



Çözüm :

$$\sum M_A = 0$$

$$x \cdot 5 - 6 \cdot 9 = 0$$

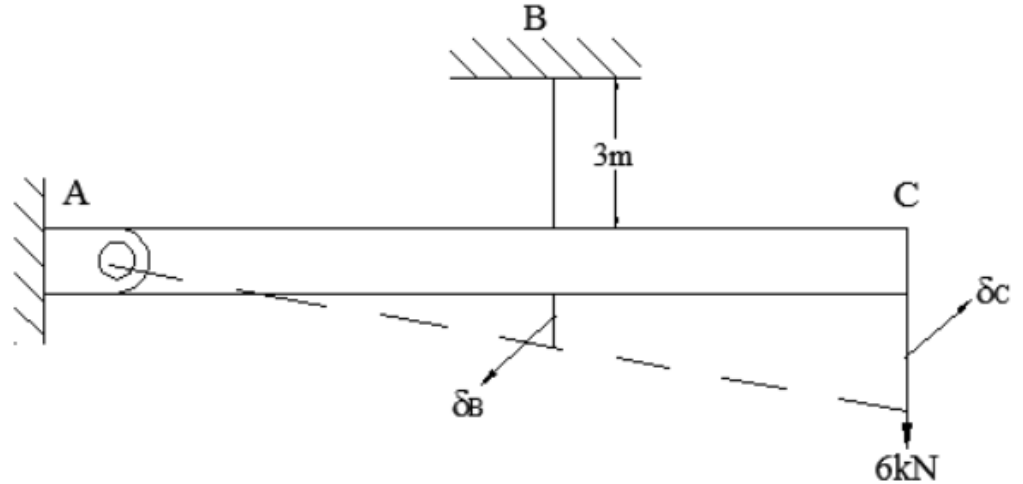
$$x = 10,8 \text{ kN}$$

$$\frac{\delta_C}{\delta_B} = \frac{9}{5} \rightarrow \delta_C = \frac{9}{5} \cdot \delta_B$$

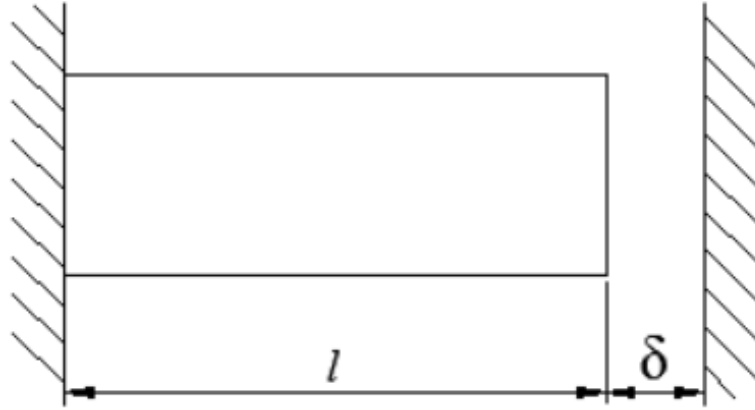
$$\delta_B = \frac{x \cdot l}{S_{BD} \cdot E} = \frac{10,8 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3}{9 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,18 \text{ cm}$$

$$\delta_C = \frac{9}{5} \cdot 0,18 = 0,324 \text{ cm}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{10,8 \cdot 10^3}{900} = 12 \text{ N / mm}^2$$



Örnek: Şekilde görülen ankastre çubuk ile rijit duvar arasında T_0 °C 'da δ kadar aralık vardır. Hangi sıcaklık derecesinde çubukta meydana gelen gerilme akma sınırına ulaşır ?



Çözüm :

$$\Delta L = (\Delta L)_T + (\Delta L)_E$$

$$\Delta L_T = \alpha.l.\Delta T$$

$$\Delta L_T = \alpha.l.(T - T_0)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \sigma = R_e$$

$$\varepsilon = \frac{R_e}{E} \Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \frac{R_e}{E}$$

$$\Delta l = \frac{R_e.l}{E}$$

$$\Delta l = \delta = \alpha.l.(T - T_0) - \frac{R_e.l}{E}$$

$$T = \frac{\delta}{\alpha.l} + \frac{R_e.l}{E} + T_0$$

Bası gerilmesi oluşacağından

Örnek : Şekilde görülen somun $\frac{1}{4}$ devir çevrilirse çelik civata ve bakır kovanda meydana gelecek gerilmeler ne olur , hesaplayınız.

$$E_b = 200GPa$$

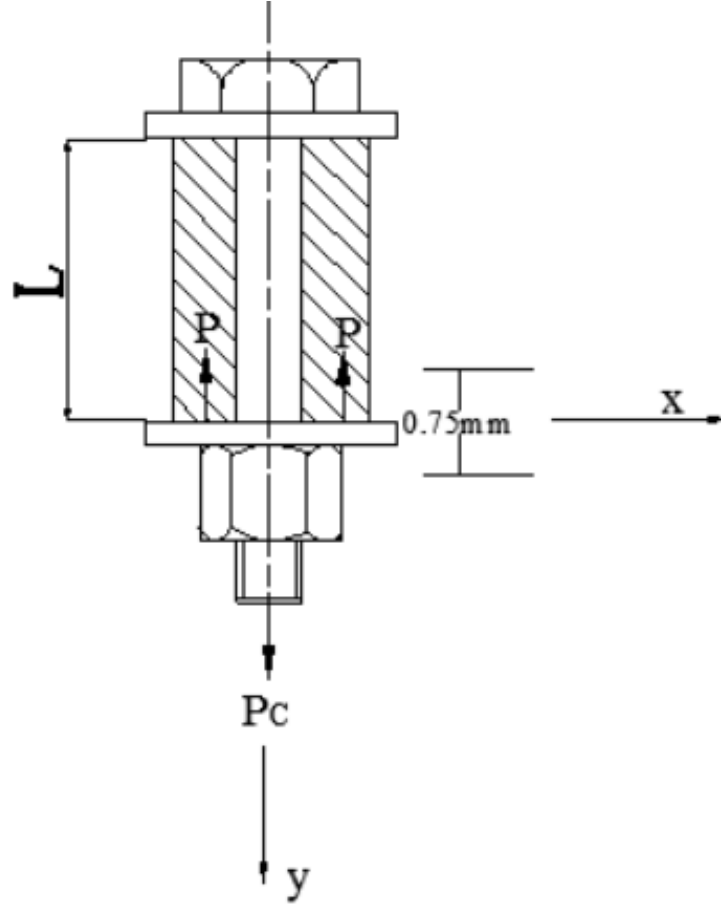
$$E_{\text{ç}} = 100GPa$$

$$l = 250mm$$

$$h = 3mm$$

$$A_{\text{tüp}} = 500mm^2$$

$$A_{\text{ç}} = 200mm^2$$



Çözüm :

$$\delta = \frac{1}{4}.h = \frac{1}{4}.3 = 0,75mm$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P_c - P_k = 0 \Rightarrow P_c = P_k = P$$

$$\delta_c + \delta_k = 0,75mm$$

$$\frac{P.l}{S_c.E_c} + \frac{P.l}{S_B.E_B} = 0,75mm$$

$$\frac{P.250}{200.2.10^5} + \frac{P.250}{500.1.10^5} = 0,75mm$$

$$P = 27.10^4 N$$

$$\sigma_c = \frac{27.10^4}{200} = 1350MPa$$

$$\sigma_B = -\frac{27.10^4}{500} = 540MPa$$

- Eğer bu cıvataya somun sıkıldıktan sonra cıvataya bir F kuvveti eklenirse gerilmeler nasıl değişir ?

$$F = 10000N$$

$$F_c + F_B = F$$

$$\frac{F_c.l}{S_c.E_c} = \frac{F_B.l}{S_B.E_B} \Rightarrow \frac{F_c}{200.2.10^5} = \frac{F_B}{500.1.10^5} \rightarrow F_c = 0,8F_B$$

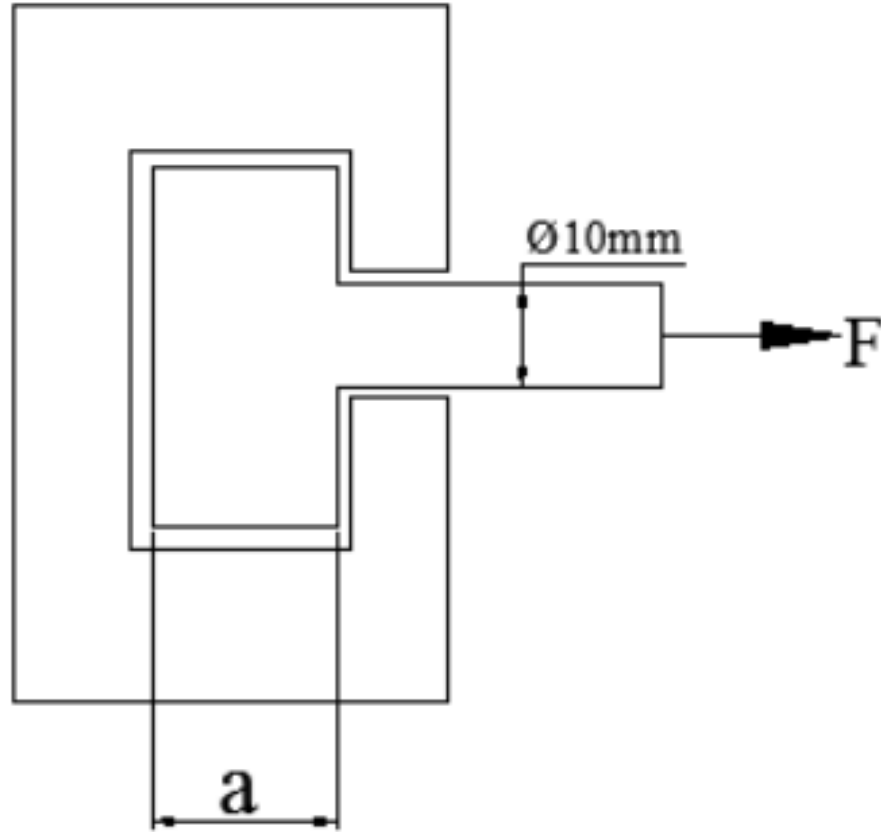
$$F_B = 5555,55N$$

$$F_c = 4444,45N$$

Örnek : Çekme numunesinin a yüksekliği nedir ?

$$\sigma_{em} = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{em} = 50 \text{ N/mm}^2$$

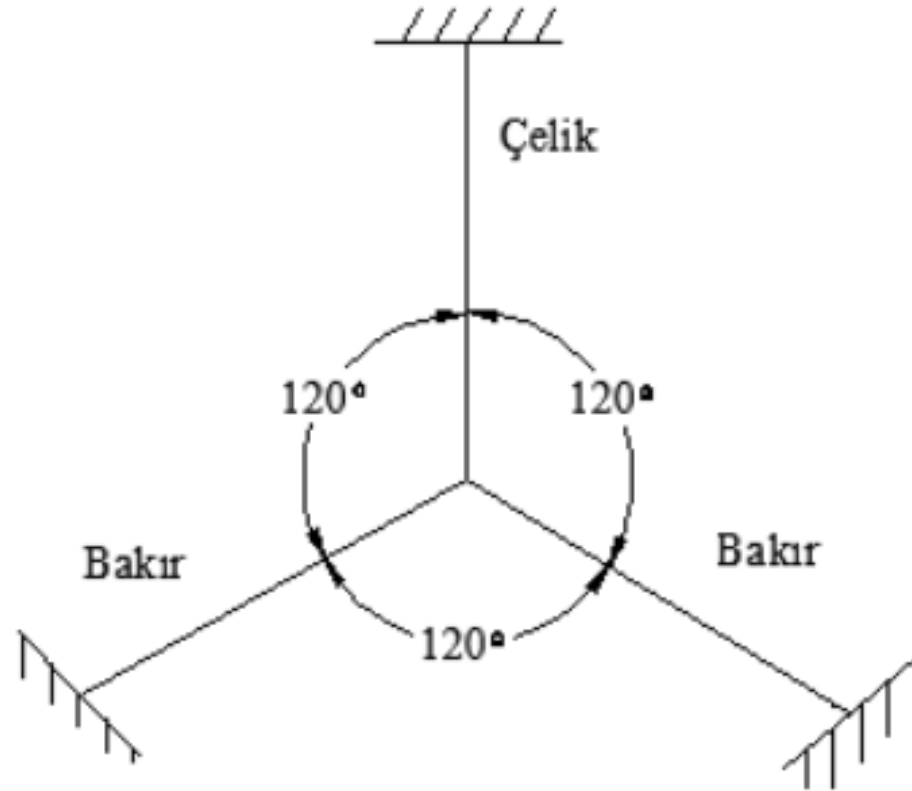


Çözüm :

$$\frac{F}{S_c} = \sigma_{em} \Rightarrow F = \frac{\pi}{4} \cdot 100 \cdot 100 \Rightarrow F \leq 7500 N$$

$$\sigma_{em} = \frac{F}{S} = \frac{7500}{\pi \cdot D \cdot a} \Rightarrow 50 = \frac{7500}{\pi \cdot 10 \cdot a} \Rightarrow a = 5 mm$$

Örnek : Kesit alanları eşit ikisi bakır biri çelik 3 çubuktan meydana gelen bir sistem şekilde görülmektedir. Çubukların mesnetlendiği duvarların rijit olduğu kabul edilerek ortam sıcaklığının ΔT kadar artması halinde çubuklarda meydana gelecek gerilmeleri bulunuz.



Çözüm :

$$\cos 60 = \frac{\Delta L_{\zeta}}{\Delta L_B}$$

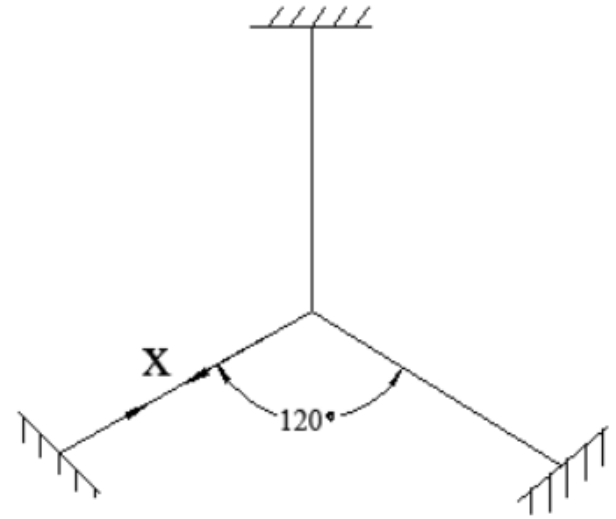
$$\Delta L_{\zeta} = 2.\Delta L_B$$

$$l.\alpha_{\zeta}.\Delta T + \frac{x.l}{S_{\zeta}.E_{\zeta}} = 2.\left(l.\alpha_B.\Delta T - \frac{x.l}{S_B.E_B} \right)$$

$$S_{\zeta} = S_B$$

$$\sigma = \frac{x}{S}$$

$$\sigma = \frac{\Delta T (2.\alpha_B + \alpha_{\zeta}) E_{\zeta} E_B}{2.E_{\zeta} + E_B}$$



Mukavemete Giriş ve Tanımlar

BÖLÜM BİTTİ