NO: ....   İSİM SOYİSİM: ....

FIZ 343 KUANTUM FİZİĞİNE GİRİŞ ARASINAVI

2021 - 2022 Bahar, Fizik Bölümü, Pamukkale Üniversitesi, Denizli

Soru : 1 (*20P*) Aşağıdaki cümlelerde boşluğa *parçacık* veya *dalga* kelimelerinden doğru olanı yazınız.

1. Young'ın ışıkla yaptığı çift yarık deneyinde ışığın hareketi .... mekaniği ile açıklanır.

2. Siyah cisim ışımasında ısıtılan katı cisimin yayınladığı termal radyasyonun enerjisi .... mekaniği ile açıklanır.

3. Fotoelektrik olayda elektromanyetik dalganın davranışı .... mekaniği, elektronun davranışı .... mekaniği ile açıklanır.

4. Compton olayında elektromanyetik dalganın davranışı .... mekaniği, elektronun davranışı .... mekaniği ile açıklanır.

5. Bragg yasasındaki x-ışınının davranışı .... mekaniği ile açıklanır.

6. Davisson-Germer deneyindeki elektronların davranışı .... mekaniği ile açıklanır.

7. Elektronlarla yapılan çift yarık deneyinde elektronların hareketi .... mekaniği ile açıklanır.

8. Saatte 10 km hızla koşmakta olan 81 kg kütleli Muzaffer Hoca'nın hareketi .... mekaniği ile açıklanır.

BAŞARILAR ...   11.04.2022   Saat: 14.00-15.15   Prof.Dr. Muzaffer ADAK

%%%%%%%%%%%%% Bazı faydalı olabilecek bilgiler %%%%%%%%%%%%%

$$h = 6,63 \times 10^{-34} J.s \ , \quad c = 3 \times 10^{8} m/s \ , \quad 1eV = 1,6 \times 10^{-19} J$$

$$\langle \phi_i | \phi_j \rangle = \delta_{ij} \quad \text{ortonormallik}$$

NO: .... İSİM SOYİSİM: ....

FIZ 343 KUANTUM FİZİĞİNE GİRİŞ ARASINAVI

2021 - 2022 Bahar, Fizik Bölümü, Pamukkale Üniversitesi, Denizli

Soru : 2 (*20P*) λ dalgaboylu bir ışık, bir metal yüzeye düşürüldüğünde fotoelektronların durdurulma potansiyeli 3,2 V oluyor. Bunun iki katı dalgaboylu ışık yayan ikinci bir ışık kaynağı kullanıldığında, durdurma potansiyeli 0,8 V'a düşüyor. Bu veriden (a) ilk radyasyonun dalgaboyunu ve (b) metalin iş fonksiyonunu ve kesme frekansını hesaplayınız.

Soru : 3 (*30P*) $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\phi_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{5}}|\phi_2\rangle - \frac{i}{\sqrt{10}}|\phi_3\rangle$ durum vektörü ile verilen bir mikrofiziksel sistemi düşünün. Burada üç tane $|\phi_i\rangle$ keti, bir $\hat{B}$ operatörünün ortonormal ve tam özketleridir; $\hat{B}|\phi_n\rangle = n^2|\phi_n\rangle$. Bu $|\psi\rangle$ durumu için $\hat{B}$'nin beklenen değerini hesaplayınız. Önce durum keti normalize mi kontrol ediniz.

Soru : 4 (*30P*) Bir fiziksel sistemin Hamiltonyeni ve normalize durum vektörü verilmiştir.

$$\hat{H} = \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1-i \\ 1-i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Burada ε enerji boyutunda bir sabittir. (a) Enerji ölçüldüğünde hangi olasılıklarla ne ölçülür? (b) Verilen $|\psi\rangle$ durumunda Hamiltonyenin beklenen değerini, $\langle\hat{H}\rangle$, hesap ediniz. Dikkat! Matrisin özdeğerlerini bulurken polinom bölmesi yapmanız gerekebilir.

BAŞARILAR ... 11.04.2022 Saat: 14.00-15.30 Prof.Dr. Muzaffer ADAK

%%%%%%%%%%%%% Bazı faydalı olabilecek bilgiler %%%%%%%%%%%%%%

$$h = 6,63 \times 10^{-34} J.s\ , \quad c = 3 \times 10^8 m/s\ , \quad 1eV = 1,6 \times 10^{-19} J$$

$$\langle\phi_i|\phi_j\rangle = \delta_{ij} \quad \text{ortonormallik}$$

C E V A P L A R

Cevap : 1

1. Young'ın ışıkla yaptığı çift yarık deneyinde ışığın hareketi DALGA mekaniği ile açıklanır.
2. Siyah cisim ışımasında ısıtılan katı cisimin yayınladığı termal radyasyonun enerjisi PARÇACIK mekaniği ile açıklanır.
3. Fotoelektrik olayda elektromanyetik dalganın davranışı PARÇACIK mekaniği, elektronun davranışı PARÇACIK mekaniği ile açıklanır.
4. Compton olayında elektromanyetik dalganın davranışı PARÇACIK mekaniği, elektronun davranışı PARÇACIK mekaniği ile açıklanır.
5. Bragg yasasındaki x-ışınının davranışı DALGA mekaniği ile açıklanır.
6. Davisson-Germer deneyindeki elektronların davranışı DALGA mekaniği ile açıklanır.
7. Elektronlarla yapılan çift yarık deneyinde elektronların hareketi DALGA mekaniği ile açıklanır.
8. Saatte 10 km hızla koşmakta olan 81 kg kütleli Muzaffer Hoca'nın hareketi PARÇACIK mekaniği ile açıklanır.

Cevap : 2 Fotoelektrik olayda Einstein denklemini hatırlayalım, $h\nu = W + K_e$. Burada elektronları durdurma potansiyeli ile elektronların kinetik enerjisi arasında $K_e = |eV_s|$ bağıntısı vardır. Ayrıca elektromanyetik dalga (radyasyon) için $\nu = c/\lambda$ kullanabiliriz. Buna göre Einstein denklemini iki durum için yazalım.

$$\frac{hc}{\lambda} = W + eV_{s1}$$
$$\frac{hc}{2\lambda} = W + eV_{s2}$$

(a) İki denklemi taraf tarafa çıkaralım.

$$\frac{hc}{2\lambda} = e(V_{s1} - V_{s2}) \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{2e(V_{s1} - V_{s2})} = \frac{12,43 \times 10^{-7} eV.m}{2(3,2 - 0,8)eV} = 2,58 \times 10^{-7} m$$

(b) Bu sonucu birinci denklemde kullanalım.

$$W = \frac{hc}{\lambda} - eV_{s1} = \frac{12,43 \times 10^{-7} eV.m}{2,58 \times 10^{-7} m} - 3,2eV = 1,62eV = 2,6 \times 10^{-19} J$$

Bu enerjiye karşılık gelen frekansa kesme frekansı denir.

$$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{2,6 \times 10^{-19} J}{6,63 \times 10^{-34} J.s} = 3,92 \times 10^{14} Hz$$

Cevap : 3 Önce $|\psi\rangle$ ketinin normunun karesini hesap edelim.

$$||\psi\rangle|^2 = \langle\psi|\psi\rangle = \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 + \left|\frac{i}{\sqrt{5}}\right|^2 + \left|\frac{-i}{\sqrt{10}}\right|^2 = \frac{8}{10}$$

Yukarıda $|\phi_i\rangle$'lerin ortonormalliğini kulandık. O halde, normalize durum keti şöyle olur.

$$|\psi\rangle = \sqrt{\frac{10}{8}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|\phi_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{5}}|\phi_2\rangle - \frac{i}{\sqrt{10}}|\phi_3\rangle\right)$$

Şimdi $\hat{B}$ operatörünün beklenen değerini aşağıdaki gibi hesaplarız. Üçüncü satırda $\hat{B}|\phi_n\rangle = n^2|\phi_n\rangle$ kullanıyoruz.

$$\begin{aligned}
\langle\hat{B}\rangle &= \langle\psi|\hat{B}|\psi\rangle \\
&= \frac{10}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\langle\phi_1| - \frac{i}{\sqrt{5}}\langle\phi_2| + \frac{i}{\sqrt{10}}\langle\phi_3|\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{B}|\phi_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{5}}\hat{B}|\phi_2\rangle - \frac{i}{\sqrt{10}}\hat{B}|\phi_3\rangle\right) \\
&= \frac{10}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\langle\phi_1| - \frac{i}{\sqrt{5}}\langle\phi_2| + \frac{i}{\sqrt{10}}\langle\phi_3|\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}1^2|\phi_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{5}}2^2|\phi_2\rangle - \frac{i}{\sqrt{10}}3^2|\phi_3\rangle\right) \\
&= \frac{10}{8}\left(1^2\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 + 2^2\left|\frac{i}{\sqrt{5}}\right|^2 + 3^2\left|\frac{-i}{\sqrt{10}}\right|^2\right) = \frac{11}{4}
\end{aligned}$$

Cevap : 4 Önce $\hat{H}$ matrisini kullanarak enerji özdeğerlerini ve bunlara karşılık normalize özvektörleri bulalım.

$$\hat{H}|\phi\rangle = \underbrace{(\lambda\varepsilon)}_{\text{özdeğer}}|\phi\rangle \quad\Longrightarrow\quad \begin{pmatrix} -\lambda & i & 0 \\ -i & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1-\lambda \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$$

Sıfırdan farklı a, b, c için katsayılar matrisinin determinantı sıfır olmalıdır.

$$\begin{vmatrix} -\lambda & i & 0 \\ -i & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad\Longrightarrow\quad (\lambda-1)(\lambda+1)^2 = 0 \quad\Longrightarrow\quad \lambda_1 = 1\,, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = -1$$

$\hat{H}$'nin özdeğerleri ε ve $-\varepsilon$ oldu. Burada $-\varepsilon$ özdeğeri iki-katlıdır.

Önce $\lambda_1 = +1$ (veya ε) özdeğerine karşılık gelen özvektörü, $|\phi_1\rangle$, bulalım.

$$\begin{pmatrix} -1 & i & 0 \\ -i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} = 0 \quad\Longrightarrow\quad a_1 = ib_1\,, \quad c_1 = 0$$

$$\text{Normalizasyon:}\quad |a_1|^2 + |b_1|^2 + |c_1|^2 = 1 \quad\Longrightarrow\quad a_1 = \frac{i}{\sqrt{2}}\,, \quad b_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,, \quad c_1 = 0$$

O halde, normalize $|\phi_1\rangle$ şudur.

$$|\phi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Benzer adımlarla $\lambda_2 = -1$ (veya $-\varepsilon$) özdeğerine karşılık gelen özvektörü, $|\phi_2\rangle$, bulalım.

$$\begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ -i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = 0 \quad \Longrightarrow \quad a_2 = -ib_2\,, \quad 0 = 0$$

$$\text{Normalizasyon:} \quad |a_2|^2 + |b_2|^2 + |c_2|^2 = 1 \quad \Longrightarrow \quad 2b_2^2 + c_2^2 = 1$$

Ortonormal bir $\{|\phi_1\rangle, |\phi_2\rangle, |\phi_3\rangle\}$ kümesi için iki seçenek var. Eğer $c_2 = 0$ olursa, $a_2 = -i/\sqrt{2}$ ve $b_2 = 1/\sqrt{2}$. Bu durumda, normalize $|\phi_2\rangle$ şudur.

$$|\phi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} -i \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Eğer $b_2 = 0$ olursa, $a_2 = 0$ ve $c_2 = 1$. Bu durumda, normalize $|\phi_3\rangle$ şudur.

$$|\phi_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Şimdi durum vektörünü, ortonormal özvektörler cinsinden yazarız.

$$|\psi\rangle = c_1|\phi_1\rangle + c_2|\phi_2\rangle + c_3|\phi_3\rangle$$

Buradaki c_i katsayılarını hesap edebiliriz.

$$c_1 = \langle\phi_1|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} -i & 1 & 0 \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 1-i \\ 1-i \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{2i}{\sqrt{10}}$$

$$c_2 = \langle\phi_2|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} i & 1 & 0 \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 1-i \\ 1-i \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$c_3 = \langle\phi_3|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 1-i \\ 1-i \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Bu katsayıların mutlak kareleri sistemin ilgili özdurumda olma olasılığını verir.

$$P_1 = |c_1|^2 = \frac{4}{10} = \%40 \quad \text{olasılıkla enerji} \quad E_1 = \varepsilon \quad \text{ölçülür.}$$

$$P_2 = |c_2|^2 + |c_3|^2 = \frac{6}{10} = \%60 \quad \text{olasılıkla enerji} \quad E_2 = -\varepsilon \quad \text{ölçülür.}$$

(b) Enerjinin beklenen değerini iki yolla hesaplayabiliriz.

$$\langle \hat{H} \rangle = P_1 E_1 + P_2 E_2 = \left(\frac{2}{5}\right)(\varepsilon) + \left(\frac{3}{5}\right)(-\varepsilon) = -\frac{\varepsilon}{5}$$

İkinci yöntem $\langle \hat{H} \rangle = \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle$ kullanmaktır.

$$\langle \hat{H} \rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1+i & 1+i & 1 \end{pmatrix} \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1-i \\ 1-i \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{\varepsilon}{5}$$