NO: .... İSİM SOYİSİM: ....

FIZ 341 ELEKTROMANYETİK TEORİYE GİRİŞ BÜTÜNLEME SINAVI
2025 - 2026 Güz, Fizik Bölümü, Pamukkale Üniversitesi, Denizli

Soru : 1 (*25P*) $-q, -q, -q$ ve $+2q$ noktasal yükleri orijinden eşit d uzaklıkta dağılmışlardır, Şekil 1. Orijinden çok uzakta elektrik alanı küresel koordinatlarda yaklaşık olarak hesaplayınız. Çokkutup açılımda sıfırdan farklı ilk iki terimi tutmanız yeterlidir.

Soru : 2 (*25P*) İki lineer dielektrik ortamın arakesit düzleminde elektrik alan çizgileri yön değiştirir, Şekil 2. Yüzeyde serbest yük olmadığını varsayıp $\tan\theta_2/\tan\theta_1 = \varepsilon_2/\varepsilon_1$ olduğunu gösteriniz.

Soru : 3 (*25P*) Toplam Q yükü R yarıçaplı küre hacmine düzgün dağılmıştır. Bu küre $\vec{\omega} = \omega\hat{z}$ açısal hızıyla dönmektedir. Kürenin manyetik dipol momentini bulunuz. (*İpucu:* Kürenin içinde xy-düzlemine paralel, çevre uzunluğu $2\pi r\sin\theta$ ve kesit boyutları $rd\theta$ ile dr olan incecik bir tüp tasavvur ediniz!)

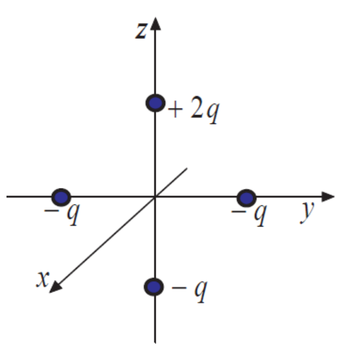
Soru : 4 (*25P*) Sarım yoğunluğu n olan I akımı akan sonsuz uzun selenoit manyetik alınganlığı χ_m olan lineer malzemeyle doludur, Şekil 3. **a.** İçerideki, **b.** dışarıdaki manyetik alanı ve **c.** yüzeysel, **d.** hacimsel bağlı akım yoğunluğunu bulunuz.

BAŞARILAR ... **15.01.2026** **Saat: 13.00 - 14.30** **Prof. Dr. Muzaffer ADAK**

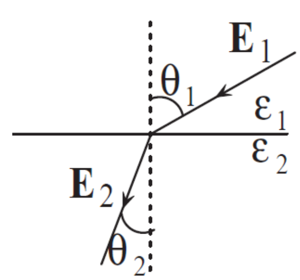
%%%%%%%%%%%%%% Bazı faydalı olabilecek formüller %%%%%%%%%%%%%%

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 V_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta V_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V_\phi}{\partial\phi}$$

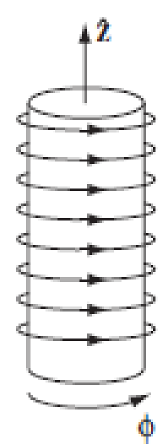
$$V(P) - V(\mathcal{O}) = -\int_{\mathcal{O}}^{P}\vec{E}\cdot d\vec{\ell}, \qquad \vec{\nabla}V = \frac{\partial V}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial\phi}\hat{\phi}$$



Şekil 1:



Şekil 2:



Şekil 3:

C E V A P L A R

Cevap : 1 Multipol açılımına göre potansiyeli şöyle yazabiliriz.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r} + \frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2} + \cdots\right)$$

Burada Q yük dağılımının toplam yüküdür ve $\vec{p}$ yük dağılımının elektrik dipol momentidir. Bizim problemimiz için aşağıdaki gibi hesaplanırlar.

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{i=1}^{4} q_i = +2q - q - q - q = -q \\ \vec{p} &= \sum_{i=1}^{4} q_i\vec{r}_i = +2qd\hat{k} + (-q)(-d\hat{k}) + (-q)d\hat{\jmath} + (-q)(-d\hat{\jmath}) = 3qd\hat{k} \end{aligned}$$

O halde, $\hat{k}\cdot\hat{r} = \cos\theta$ kullanarak potansiyeli küresel koordinatlarda hesaplarız.

$$V(r,\theta) \simeq \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(-\frac{q}{r} + \frac{3qd\,\cos\theta}{r^2}\right)$$

Bunun gradyanını alarak elektrik alanı hesap ederiz.

$$\vec{E}(r,\theta) = -\vec{\nabla}V(r,\theta) \simeq \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[-\frac{1}{r^2}\hat{r} + \frac{3d}{r^3}(2\cos\theta\hat{r} + \sin\theta\hat{\theta})\right]$$

Cevap : 2 Faraday yasasının integral biçiminden, $\oint_{\text{eğri}} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}\int_{\text{yüzey}} \vec{B}\cdot d\vec{a}$, elektrik alanın arakesit yüzeyine paralel bileşeni sürekli çıkar.

$$E_1\sin\theta_1 = E_2\sin\theta_2$$

Gauss yasasının integral biçiminden, $\oint_{\text{yüzey}} \vec{D}\cdot d\vec{a} = Q_f^{\text{iç}}$, deplasman vektörünün arakesit yüzeyine dik bileşeni sürekli çıkar, çünkü $Q_f^{\text{iç}} = 0$ verilmiş.

$$D_1\cos\theta_1 = D_2\cos\theta_2$$

Burada lineer ortam tanımını, $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, kullanırsak şunu elde ederiz.

$$\varepsilon_1 E_1\cos\theta_1 = \varepsilon_2 E_2\cos\theta_2$$

İlk denklemi ve son denklemi taraf tarafa bölelim.

$$\frac{\tan\theta_1}{\varepsilon_1} = \frac{\tan\theta_2}{\varepsilon_2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

Cevap : 3 Hayali ince tüpün içindeki toplam yük aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\Delta q = \rho(2\pi r\sin\theta)(rd\theta)(dr)$$

burada $\rho = 3Q/4\pi R^3$ hacimsel yük yoğunluğudur. Tüpün bir turu için geçen süre dairesel hareketin periyotudur, $\Delta t = 2\pi/\omega$. O halde, dönen ince tüpün oluşturduğu kararlı akım şöyle olur.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \rho\omega r^2 \sin\theta dr d\theta$$

Çembersel ince tüpün çevrelediği dairenin alanı hesaplanabilir, $a = \pi(r\sin\theta)^2$. Böylece, ince tüpün manyetik dipol momenti bulunur.

$$dm = Ia = \pi\rho\omega r^4 \sin^3\theta dr d\theta$$

Kürenin toplam dipol momenti için bunun integrali alınır.

$$m = \pi\rho\omega \int_0^{\pi}\int_0^{R} r^4 \sin^3\theta dr d\theta = \frac{4}{15}\pi\rho\omega R^5 = \frac{1}{5}Q\omega R^2$$

Manyetik dipol momenti vektörel bir niceliktir

$$\vec{m} = \frac{1}{5}Q\omega R^2 \hat{z}$$

Cevap : 4 Silindirin yüzeyinde serbet I akımı var ama bağlı akımı bilmiyoruz. O nedenle, doğrudan manyetik alanı hesaplayamayız. Ama sonsuz uzun düz silindir olduğu için problemdeki simetriler yardımıyla Ampere yasasının integral biçiminden önce $\vec{H}$ alanını kolayca hesaplarız.

$$\oint_{\text{eğri}} \vec{H}\cdot d\vec{r} = I^{f}_{\text{iç}} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{H}_{ic} = nI\hat{z} \qquad \text{ve} \qquad \vec{H}_{\text{dış}} = 0$$

Sonra lineer manyetik ortam tanımı $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ yardımıyla manyetik alanı buluruz.

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu\vec{H} \qquad \text{burada} \qquad \mu := \mu_0(1+\chi_m)$$

Buna göre

a. $\vec{B}_{\text{iç}} = \mu_0(1+\chi_m)nI\hat{z}$

b. $\vec{B}_{\text{dış}} = 0$

c. Bağlı yüzeysel akım yoğunluğu şöyledir.

$$\vec{K}_b = \vec{M}\times\hat{n} = \chi_m \vec{H}_{\text{iç}} \times \hat{r} = \chi_m nI\hat{\phi}$$

d. Bağlı hacimsel akım yoğunluğu şöyledir.

$$\vec{J}_b = \vec{\nabla}\times\vec{M} = \chi_m \vec{\nabla}\times\vec{H} = \chi_m \vec{J}_f = 0$$